

ملزمة الجبر
الأعداد الحقيقية
الصف الثانى الأعدادى
الفصل الدراسى الأول ٢٠١٩
• مجموعة الأعداد الغير نسبية
• مجموعة الأعداد الحقيقية
• الفترات – العمليلت على الفترات
• العمليات على الأعداد الحقيقية
• العمليات على الجذور التكعيبية

الجذر التربيعى للعدد النسبى الموجب أ هو العدد الذى مربعه يساوى أ

تعريف :

* الرمز $\sqrt{أ^٢}$ = أ   يعنى الجذر التربيعى الموجب للعدد النسبى الموجب أ
* الرمز - $\sqrt{أ^٢}$ = - أ   يعنى الجذر التربيعى السالب للعدد النسبى الموجب أ
* $\sqrt{صفر}$ = صفر
* $\sqrt{عدد سالب}$ (ليس له معنى)
* الجذر التربيعى للعدد النسبى ٢٥ = $\pm$ ٥
* الجذرين التربيعين للعدد النسبى ٤٩ = $\pm$ ٧
* إذا كان أ عدد نسبى مربع كامل فان الجذرين التربيعيين للعدد أ كلا منهما عددا نسبيا وكلا منهما معكوس جمعى للجذر الاخر
* مجموعة حل المعادلة $س^٢ = أ^٢$ هى { أ ، - أ }
* مجموعة حل المعادلة $س^٢$ + ٤ = ٠   يساوى ϕ (لانه لا يوجد جذر تربيعى للعدد -٤)
* $\sqrt{أ^٢}$ = أ ، $\sqrt{أ^٤} = أ^٢$ ، $\sqrt{أ^٦} = أ^٣$ ، $\sqrt{أ^٨} = أ^٤$ وهكذا ....
* $\sqrt{(-٣)^٢}$ = ٣ ، $\sqrt{(٣)^٢}$ = ٣
* $\sqrt{٩ + ١٦} = \sqrt{٢٥}$ = ٥   ولا يساوى ٣ + ٤ = ٧ (فهذا خطأ)
* $\sqrt{٦\frac{١}{٤}} = \sqrt{\frac{٢٥}{٤}} = \frac{٥}{٢}$

مـــــــلاحظة هامة

* أذا كان س ص = ٠   فان س = ٠ أو ص = ٠

مثــ١ـال : أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

(أ) (س – ٢)(س +٣) = ٠   (ب) $س^٢$ – ٣ س = ٠

(أ) فان س – ٢ = ٠ أو س + ٣ = ٠
∴ س = ٢ ، س = -٣
∴ م.ح = { ٢ ، -٣ }

(ب) فإن س (س – ٣) = ٠
س = ٠ ، س = ٣
∴ م.ح = { ٠ ، ٣ }



التمرين الأول: أكمل كلا مما ياتى

١) الجذر التربيعى للعدد ٣٦ = ... بينما الجذر التربيعى للعدد ١٠٠ = ...

٢) الجذرين التربيعيين للعدد ٨١ = ... بينما الجذرين التربيعيين للعدد ١٤٤ = ...

٣) الجذرين التربيعيين للعدد $٢\frac{١}{٤}$ = ... بينما الجذرين التربيعيين للعدد $٢\frac{٧}{٩}$ = ...

٤) $\sqrt{(-٥)^٢}$ = ... ، $\sqrt{(٣)^٤}$ = ...

٥) $\sqrt{٣٦ + ٦٤}$ = ... ، $\sqrt{١٠٠ - ٣٦}$ = ...

٦) $\sqrt{(٣)^٢ + (٤)^٢}$ = ... ، $\sqrt{(١٣)^٢ - (١٢)^٢}$ = ...

٧) $\sqrt{١٦} + \sqrt{٩}$ = ... ، $\sqrt{١٠٠} - \sqrt{١٦}$ = ...

٨) $-\sqrt{٦٤}$ = ... ، $-\sqrt{١٦٩}$ = ...

٩) $\sqrt{\frac{٤٩}{٤}} + \sqrt{٢\frac{١}{٤}}$ = ... ، $\sqrt{\frac{٩}{٢٥}} + \sqrt{١\frac{١١}{٢٥}}$ = ...

١٠) المربع الذى طول ضلعه ٥ سم تكون مساحته = ... ومحيطه = ...

١١) المربع الذى مساحته ٢٢٥سم^٢ يكون طول ضلعه = ... ومحيطه = ...

١٢) المربع الذى مساحته ٤٠٠سم^٢ يكون طول ضلعه = ... ومحيطه = ...

١٣) مجموعة حل المعادلة س^٢ – ٩ = ٠ هى ....

١٤) مجموعة حل المعادلة س^٢ + ٩ = ٠ هى ....

١٥) مجموعة حل المعادلة س^٢ – س = ٠ هى ....

١٦) مجموعة حل المعادلة س^٢ = ٢س هى ....

١٧) مجموعة حل المعادلة س^٢ + ٥ = ٠ هى ....

١٨) مجموعة حل المعادلة س^٢ + س = ٠ هى ....

١٩) مجموعة حل المعادلة (س+١)(س-٣) هى ....

٢٠) $\sqrt{٪٢٥}$ = ... ، $\sqrt{٠.٦٤}$ = ... ، $\sqrt{١٠,٢٤}$ = ...

٢١) مربع مساحته ٦.٢٥ سم^٢ يكون طول ضلعه = ...

٢٢) $\sqrt{أ^٦ ب^٤ جـ^٢}$ = ...

التمرين الثانى: أكمل العبارات الاتية

(١) المعكوس الجمعى للعدد $\sqrt{٢٥}$ هو ....

(٢) $\sqrt{١٦ + ٩} = ٤ + ...$ (٣) $\sqrt{١٠٠ - ٣٦} = ١٠ - ....$

(٤) إذا كان $\sqrt{س} = ٤$ فإن س = ...

(٥) إذا كان $\sqrt{س + ١} = ٣$ فإن س = ...

(٦) إذا كان $\sqrt{س - ٢} = ٥$ فإن س = ...

(٧) إذا كان $\sqrt{س} = ٣$ فإن س = ...

(٨) إذا كان $\sqrt{س} = \frac{٢}{٣}$ فإن س = ...

(٩) إذا كان $\sqrt{س} = ١\frac{١}{٢}$ فإن س = ...

مثـ١ـال : أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

(أ) $س^٢ = ٢٥$ (ب) $٢س^٢ - ٣ = ١٥$

الحـــــــل

(أ) بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

$س = \sqrt{٢٥} = \pm ٥$

∴ م.ح = { ٥ ، -٥ }

(ب) $٢س^٢ = ١٥ + ٣$

$٢س^٢ = ١٨ \Leftarrow س^٢ = \frac{١٨}{٢} = ٩$

$س = \sqrt{٩} = \pm ٣$

مثـ٢ـال : أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

(أ) $س^٢ - ١ = ٠$ (ب) $\frac{١}{٢} س^٢ = ٣٢$

الحـــــــل

(أ) $س^٢ = ١$

$س = \sqrt{١} = \pm ١$

∴ م.ح = {١ ، -١ }

(ب) بضرب الطرفين × ٢ $\Leftarrow س^٢ = ٦٤$

$س = \sqrt{٦٤} = \pm ٨$

∴ م.ح = { ٨ ، -٨ }

مثـ٣ـال : أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

(أ) س^2 + ٨ = ٣٣ (ب) ٤س^2 = ٩

الحـــــل

(أ) س^2 = ٣٣ – ٨ = ٢٥
س = $\sqrt{٢٥}$ = ± ٥
∴ م.ح = { ٥ ، –٥ }

(ب) س^2 = $\frac{٩}{٤}$
س = $\sqrt{\frac{٩}{٤}}$ = ± $\frac{٣}{٢}$
∴ م.ح = { $\frac{٣}{٢}$ ، –$\frac{٣}{٢}$ }

مثـ٤ـال : أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

(أ) ٢س^2 – ٢٠٠ = ٠ (ب) $\frac{٣}{٥}$ س^2 - ١ = ٥٩

الحـــــل

(أ) ٢س^2 = ٢٠٠
س^2 = $\frac{٢٠٠}{٢}$ = ١٠٠
س = $\sqrt{١٠٠}$ = ± ١٠
∴ م.ح = {١٠ ، –١٠}

(ب) $\frac{٣}{٥}$ س^2 = ٥٩ + ١ = ٦٠
س^2 = ٦٠ × $\frac{٥}{٣}$ = ١٠٠
س = $\sqrt{١٠٠}$ = ±١٠
∴ م.ح = {١٠ ، –١٠}

مثـ٥ـال : أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

(أ) ٥س^2 +١ = ٢١ (ب) $\frac{٢}{٧}$س^2 + ٣ = ٣١

الحـــــل

(أ) ٥س^2 = ٢١ – ١ = ٢٠
س^2 = $\frac{٢٠}{٥}$ = ٤
س = $\sqrt{٤}$ = ± ٢
∴ م.ح = { ٢ ، –٢}

(ب) $\frac{٢}{٧}$س^2 = ٥٩ – ٣ = ٥٦
س^2 = ٥٦ × $\frac{٧}{٢}$ = ١٩٦
س = $\sqrt{١٦٩}$ = ± ١٣
∴ م.ح = { ١٣ ، –١٣ }

تمرين أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

(١) ٢س^2 = ١٨ (٢) س^2 +٢ = ١٨ (٣) ٢س^2 +١ = ٧٣

(٤) ٣س^2 = ٧٥ (٥) س^2 – ٣ = ٣٣ (٦) ٣س^2 – ١ = ٢٩٩

(٧) ٤س^2 = ٢٥ (٨) س^2 – ٢٥ = ٠ (٩) ٥س^2 + ١ = ٢١

الجذر التكعيبى لعدد نسبى

الجذر التكعيبى لعدد نسبى م هو العدد الذى مكعبه يساوى

$\sqrt[٣]{٨} = ٢$ لان $(٢)^٣ = ٨$ $\sqrt[٣]{٢٧} = ٣$ لان $(٣)^٣ = ٢٧$

$\sqrt[٣]{-٨} = -٢$ لان $(-٢)^٣ = -٨$ $\sqrt[٣]{-٢٧} = -٣$ لان $(-٣)^٣ = -٢٧$

$\sqrt[٣]{م^٣} = م$ ، $\sqrt[٣]{م^٩} = م^٣$ ، $\sqrt[٣]{ب^{١٢}} = ب^٤$

لاحظ أن $\sqrt[٣]{-م^٣} = -\sqrt[٣]{م^٣} = -أ$ فمثلاً: $\sqrt[٣]{-١٢٥} = -\sqrt[٣]{١٢٥} = -٥$

تمرين(١) : أكمل العبارات الاتية

(١) $\sqrt[٣]{٦٤} =$ .... (٢) $\sqrt[٣]{-١٠٠٠} =$ ....

(٣) $\sqrt[٣]{٣٤٣} =$ .... (٤) $\sqrt[٣]{-٢١٦} =$ ....

(٥) $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}} =$ .... (٦) $\sqrt[٣]{-\frac{٢٧}{٦٤}} =$ ....

(٧) $\sqrt[٣]{\frac{١٢٥}{٢٧}} =$ .... (٨) $\sqrt[٣]{٣\frac{٣}{٨}} = \sqrt[٣]{.........} =$ ....

(٩) $\sqrt[٣]{ب^{١٥}} =$ .... (١٠) $\sqrt[٣]{م^٦ ب^٣} =$ ....

تمرين (٢) أكمل العبارات الاتية

(١) $\sqrt[٣]{٣٠ - ٣} =$ .... (٢) $\sqrt[٣]{١٢٥} - \sqrt[٣]{-١٢٥} =$ ....

(٣) $٥\sqrt[٣]{٢٧} =$ .... (٤) $٣\sqrt[٣]{-١٢٥} =$ ......

(٥) $\sqrt{١٠٠} - \sqrt[٣]{-٢٧} =$ .... (٦) $٥ - \sqrt[٣]{-٨} =$ ......

(٧) $\sqrt[٣]{٢} \times \sqrt[٣]{٤} =$ .... (٨) $\sqrt[٣]{٥} \times \sqrt[٣]{٥} \times \sqrt[٣]{٥} =$ ......

(٩) $\sqrt{٦٤} + \sqrt[٣]{-٨} =$ .... (١٠) $\sqrt[٣]{(-٢٧)^٢} =$ ....

(١١) المعكوس الجمعى للعدد $\sqrt[٣]{-١٢٥}$ .... (١٢) المعكوس الضربى للعدد $\sqrt[٣]{٨}$ ....

مثـ١ـال : أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

(أ) $س^{٣} = ١٢٥$ (ب) $س^{٣} - ١ = ٠$

الحـــــل

(أ) بأخذ الجذر التكعيبى للطرفين

$س = \sqrt[٣]{١٢٥} = ٥$

∴ م . ح = { ٥ }

(ب) بأخذ الجذر التكعيبى للطرفين

$س = \sqrt[٣]{١} = ١$

∴ م . ح = { ١ }

مثـ٢ـال : أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

(أ) $س^{٣} + ٨ = ٠$ (ب) $٢س^{٣} - ٥٤ = ٠$

الحـــــل

(أ) بأخذ الجذر التكعيبى للطرفين

$س^{٣} = -٨$

$س = \sqrt[٣]{-٨} = -٢$

∴ م . ح = { -٢ }

(ب) بأخذ الجذر التكعيبى للطرفين

$٢س^{٣} = ٥٤ \Leftarrow س^{٣} = ٢٧$

$س = \sqrt[٣]{٢٧} = ٣$

∴ م . ح = { ٣ }

مثـ٣ـال : أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

(أ) $٥س^{٣} + ١ = ٤١$ (ب) $٢س^{٣} - ٣ = ٢٤٧$

الحـــــل

(أ) $٥س^{٣} = ٤١ - ١ = ٤٠$

$س^{٣} = \frac{٤٠}{٥} = ٨$

$س = \sqrt[٣]{٨} = ٢$

∴ م . ح = { ٢ }

(ب) $٢س^{٣} = ٢٤٧ + ٣ = ٢٥٠$

$س^{٣} = \frac{٢٥٠}{٢} = ١٢٥$

$س = \sqrt[٣]{١٢٥} = ٥$

∴ م . ح = { ٥ }

مثـ٤ـال : أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

(أ) $\frac{١}{٢} س^{٣} = ٣٢$ (ب) $٢٧س^{٣} = ١٢٥$

الحـــــل

(أ) بضرب الطرفين × ٢

$س^{٣} = ٣٢ × ٢ = ٦٤$

$س = \sqrt[٣]{٦٤} = ٤$ ∴ م . ح = { ٤ }

(ب) $س^{٣} = \frac{١٢٥}{٢٧}$

$س = \sqrt[٣]{\frac{١٢٥}{٢٧}} = \frac{٥}{٢}$

∴ م . ح = { $\frac{٥}{٢}$ }

مثـــال ٥ : أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

(أ) (س^{٢} – ٤)(س^{٣} +١) = ٠ (ب) س^{٢} (س^{٣} – ١) = ٠

الحـــــل

(أ) س^{٢} – ٤ = ٠ س^{٣} +١ = ٠

س^{٢} = ٤ س^{٣} = -١

س = $\sqrt{٤}$ = +٢ ، س = $\sqrt[٣]{-١}$ = -١

∴ م٠ح = {٢ ، -٢ ، -١}

(ب) س^{٢} = ٠ س^{٣} – ١ = ٠

س = ٠ س^{٣} = ١

س = ٠ س = $\sqrt[٣]{١}$ = ١

∴ م٠ح = { ٠ ، ١ }

مثـــال ٦ : أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

(أ) (س^{٢} +٩)(س^{٣} – ٨) = ٠ (ب) س^{٣} – ٥ س^{٢} +٦ س = ٠

الحـــــل

(أ) س^{٢} +٩ = ٠ س^{٣} – ٨ = ٠

س^{٢} = -٩ س^{٣} = ٨

مرفوض س = $\sqrt[٣]{٨}$ = ٢

∴ م٠ح = { ٢ }

(ب) س (س^{٢} – ٥س +٦) = ٠

س (س – ٢) (س – ٣) = ٠

س=٠ س =٢ س =٣

∴ م٠ح = { ٠ ، ٢ ، ٣ }

مثـــال ٧ : أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

(أ) س (س^{٢} – ١) (س^{٣} + ١٢٥) = ٠ (ب) س^{٣} = ٤ س

الحـــــل

(أ) س=٠ س^{٢} – ١ = ٠ س^{٣}+١٢٥=٠

س^{٢} =١ س^{٣}=-١٢٥

س= $\sqrt{١}$ س = $\sqrt[٣]{-١٢٥}$

س=$\pm$١ س =-٥

∴ م٠ح = { ٠ ، ١ ، -١ ، -٥ }

(ب) س^{٣} – ٤ س = ٠

س (س^{٢} – ٤) = ٠

س (س – ٢)(س +٢) = ٠

س=٠ س=٢ س=-٢

∴ م٠ح = { ٠ ، ٢ ، -٢}

مثـــال ٨ : أحسب قيمة كلا مما يأتى

(أ) $\sqrt{\frac{٥^{٤} \times ٣^{٢}}{٧^{٤}}}$ (ب) $\sqrt{\frac{٣^{٦} \times ٢^{١٠}}{٥^{٨}}}$ (ج) $\sqrt[٣]{\frac{٧^{٦}}{١١^{٣}} \times ٥^{٩}}$

الحـــل

(أ) $\sqrt{\frac{٥^{٤} \times ٣^{٢}}{٧^{٤}}} = \frac{٥^{٢} \times ٣^{١}}{٧^{٢}} = \frac{٧٥}{٤٩}$

(ب) $\sqrt{\frac{٣^{٦} \times ٢^{١٠}}{٥^{٨}}} = \frac{٣^{٣} \times ٢^{٥}}{٥^{٤}} = \frac{٢٧ \times ٣٢}{٦٢٥} = \frac{٨٦٤}{٦٢٥}$

(ج) $\sqrt[٣]{\frac{٧^{٦}}{١١^{٣}} \times ٥^{٩}} = \frac{٧^{٢}}{١١} \times ٥^{٣} = \frac{٤٩}{١١} \times ١٢٥ = \frac{٦١٢٥}{١١}$

تمـــــارين

أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

(١) $س^{٣} - ١ = ٠$

(٢) $س^{٣} + ٨ = ٠$

(٣) $٢س^{٣} - ٢٥٠ = ٠$

(٤) $٥س^{٣} - ٤٠ = ٠$

(٥) $س^{٣} - ١ = ٢٦$

(٦) $س^{٣} + ٢ = ٦٦$

(٧) $٨س^{٣} - ١٢٥ = ٠$

(٨) $١٢٥ س^{٣} = ٦٤$

(٩) $٢س^{٣} + ١ = ٥٥$

(١٠) $٤س^{٣} + ٢ = ٥٠٢$

(١١) $٥س^{٣} - ١ = ١٣٤$

(١٢) $(س^{٢} - ١)(س^{٣} + ٨) = ٠$

(١٣) $(س^{٢} + ٦٤)(س^{٣} + ١) = ٠$

(١٤) $(س^{٢} - ٩)(س^{٣} - ١٢٥) = ٠$

(١٥) $س (١ - س^{٢})(س^{٣} - ١٠٠٠) =$

(١٦) $س^{٢} (س^{٢} + ٢٥)(س^{٣} + ٢٧) = ٠$

(١٧) $س^{٢} (٣س^{٢} - ١٢)(س^{٣} - ٢١٦) = ٠$

(١٨) $س^{٥} (٢س^{٣} - ٥٤) = ٠$

(١٩) $(س^{٢} - ٥س + ٦)(س^{٣} - س) = ٠$

(٢٠) $س (٣٠٠٠ - ٣ س^{٣}) = ٠$

(٢١) $(س^{٢} - س)(س^{٣} + ٣٤٣) = ٠$

(٢٢) $(٣س^{٢} - ٧٥)(٥س^{٣} - ٤٠) = ٠$

مجموعة الاعداد الغير نسبية

يوجد كثير من الاعداد التى لا يمكن وضعها على الصورة $\frac{س}{ص}$ مثل

(١) الجذور التربيعية للاعداد التى ليست مربع كامل

$\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٦}$ ، $\sqrt{٧}$ ، $\sqrt{٨}$ ، $\sqrt{١٠}$ ، .... وهكذا

(٢) الجذور التكعيبية للاعداد التى ليست مكعب كامل

$\sqrt[٣]{٢}$ ، $\sqrt[٣]{٣}$ ، $\sqrt[٣]{٤}$ ، $\sqrt[٣]{٥}$ ، $\sqrt[٣]{٦}$ ، $\sqrt[٣]{٧}$ ، $\sqrt[٣]{٩}$ ، $\sqrt[٣]{١٠}$ ، .... وهكذا

(٣) النسبية التقريبية ط

هذه الاعداد كلها تسمى مجموعة الاعداد الغير نسبية والتى يرمز لها بالرمز ن'

لاحظ أن

[١] ن ∩ ن' = ϕ

[٢] كل عدد غير نسبى ينحصر بين عددين نسبيين

فمثلا ٤ < ٥ < ٩ ولهذا فإن ٢ < $\sqrt{٥}$ < ٣

التمرين الأول : ضع خط تحت الأعداد الغير نسبية ودائرة حول الأعداد النسبية

$\sqrt{٦}$ ، $\sqrt[٣]{٨}$ ، $\frac{٢٢}{٧}$ ، $\sqrt{٧}$ ، $\sqrt{٩}$ ، $\sqrt[٣]{٢٥}$ ، $\frac{٠}{٢}$ ، $\sqrt[٣]{٥}$ ، $\frac{٣}{٠}$ ، $\sqrt[٣]{١٠}$

التمرين الثانى : أكمل العبارات الاتية

(١) ٤ < ٧ < ٩ فإن ٢ < $\sqrt{٧}$ < ٣

(٢) ١ < ٣ < ٤ فإن ..... < $\sqrt{٣}$ < .....

(٣) ..... < ١٠ < ..... فإن ٣ < $\sqrt{١٠}$ < ٤

(٤) ..... < ١٧ < ..... فإن ..... < $\sqrt{١٧}$ < .....

(٥) ..... < ٢٩ < ..... فإن ..... < $\sqrt{٢٩}$ < .....

(٦) ..... < ٤١ < ..... فإن ..... < $\sqrt{٤١}$ < .....

(٧) ..... < ٥٥ < ..... فإن ..... < $\sqrt{٥٥}$ < .....

(٨) ..... < ٧٠ < ..... فإن ..... < $\sqrt{٧٠}$ < .....

مثـــــال١: أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

أ) س^{٢} – ١ = ٤   ب) س^{٣} – ٢ = ٥

الحــــل

أ) س^{٢} = ٤ +١ = ٥
س = $\pm$ $\sqrt{٥}$
∴ م.ح = {+ $\sqrt{٥}$ }

ب) س^{٣} = ٥+٢= ٧
س = $\sqrt[٣]{٧}$
∴ م.ح = {$\sqrt[٣]{٧}$ }

مثـــــال٢: أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

أ) س^{٢} + ٣ = ١٠   ب) س^{٣} – ١ = ٤

الحــــل

أ) س^{٢} = ١٠ – ٣ = ٧
س = + $\sqrt{٧}$
∴ م.ح = { $\pm$ $\sqrt{٧}$ }

ب) س^{٣} = ٤+١= ٥
س = $\sqrt[٣]{٥}$
∴ م.ح = { $\sqrt[٣]{٥}$ }

مثـــــال٣: أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

أ) ٢س^{٢} + ١ = ٧   ب) ٣س^{٣} +٢ = ١٤

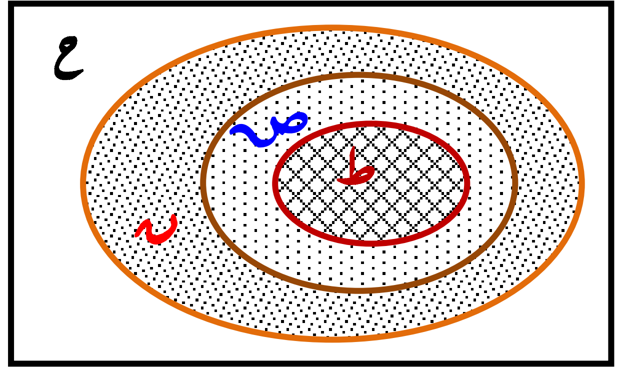
الحــــل

أ) ٢س^{٢} = ٧ – ١ = ٦
س^{٢} = $\frac{٦}{٢}$ = ٣
س = $\pm$ $\sqrt{٣}$
∴ م.ح = { $\pm$ $\sqrt{٣}$ }

ب) ٣س^{٣} = ١٤ – ٢ = ١٢
س^{٣} = $\frac{١٢}{٣}$ = ٤
س = $\sqrt[٣]{٤}$
∴ م.ح = { $\sqrt[٣]{٤}$ }

مجموعة الأعداد الحقيقية

مجموعة الأعداد الحقيقية هى المجموعة الناتجة من أتحاد مجموعة الأعداد النسبية ومجموعة الأعدادالغير نسبية



ع = ن ∪ ن/

لاحظ أن : ط ⊂ ص ⊂ ن ⊂ ع

ملاحظات

(١) ع* = ع − { ٠ }

(٢) ع = ع+ ∪ ع−

(٣) ع+ = { س : س ∈ ع ، س > ٠ }

(٤) ع− = { س : س ∈ ع ، س < ٠ }

(٥) مجموعة الاعداد الحقيقية غير السالبة = ع+ ∪ {٠} = {س : س ∈ ع ، س ≥ ٠ }

(٦) مجموعة الاعداد الحقيقية غير الموجبة = ع− ∪ {٠} = {س : س ∈ ع ، س ≤ ٠}

(٧) كل عدد حقيقى تمثله نقطة وحيدة على خط الأعداد

(٨) الاعداد الحقيقية المتساوية تمثلها نقطة وحيدة على خط الاعداد

(٩) كل عدد غير نسبى تنحصر قيمته بين عددين نسبيين

التمرين الأول : أكمل مكان النقط بوضع [< أ، = أ، >]

(١) $\sqrt{٥}$ .... $\sqrt{٣}$

(٢) $-\sqrt{٧}$ .... $-\sqrt{٥}$

(٣) $\sqrt{٥}$ .... $-\sqrt{٧}$

(٤) $\sqrt{٣}$ .... $\sqrt[٣]{٧}$

(٥) $-\sqrt{٧}$ .... $-\sqrt[٣]{٧}$

(٦) $(١ + \sqrt{٢})$ ٢

(٧) $\sqrt{٩}$ .... $\sqrt[٣]{٢٧}$

(٨) $\sqrt{١٦}$ .... $-\sqrt[٣]{-٦٤}$

(٩) صفر .... $\sqrt[٣]{-٢٧}$

(١٠) $-\sqrt{٢٥}$ .... $\sqrt[٣]{-١٢٥}$

(١١) $(\sqrt{٥} - \sqrt{٣})$ .... صفر

(١٢) $(\sqrt{٣} - \sqrt{٥})$ .... صفر

مثـــــال١ : رتب الأعداد الاتية ترتيباً تنازلياً

$\sqrt[٣]{-٨}$ ، $\sqrt{١٥}$ ، $\sqrt[٣]{٨}$ ، صفر ، $-\sqrt{٧}$

الحـــــل

الأعداد الموجبة $\sqrt{١٥} > \sqrt[٣]{٨} >$ صفر

الأعداد السالبة $\sqrt[٣]{-٨} > -\sqrt{٧}$

الترتيب التنازلى هو $\sqrt{١٥} > \sqrt[٣]{٨} >$ صفر $> \sqrt[٣]{-٨} > -\sqrt{٧}$

مثـــــال٢ : رتب الأعداد الأتية ترتيباً تصاعديا

$\sqrt{١٧}$ ، $\sqrt[٣]{-٢٥}$ ، $\sqrt{١٥}$ ، $-\sqrt{٤}$ ، $\sqrt{٢٥}$

الحـــــل

الأعداد السالبة $\sqrt[٣]{-٢٥} < -\sqrt{٤}$

الأعداد الموجبة $\sqrt{١٥} < \sqrt{١٧} < \sqrt{٢٥}$

الترتيب التصاعدى هو $\sqrt[٣]{-٢٥} < -\sqrt{٤} < \sqrt{١٥} < \sqrt{١٧} < \sqrt{٢٥}$

التمرين الثانى : أكمل الجدول الاتى

العدد	عدد طبيعى	عدد صحيح	عدد نسبى	عدد غير نسبى	عدد حقيقى
صفر					
-٣					
٥					
$\frac{٣}{٥}$					
$\sqrt{٦}$					
ط					
$\frac{٦}{٣}$					

الفتـــــرات

الفترات المحددة

الفترة المغلقة [أ ، ب]

[أ ، ب] = { س : س ∈ ح ، أ ≤ س ≤ ب }



أ ∈ [أ ، ب] ، ب ∈ [أ ، ب]

الفترة المفتوحة] أ ، ب [

] أ ، ب [= { س : س ∈ ح ، أ < س < ب }

أ

ب

أ ∉] أ ، ب [، ب ∉] أ ، ب [

الفترات النصف مفتوحة (النصف مغلقة)

[أ ، ب [

[أ ، ب [= { س : س ∈ ح ، أ ≤ س < ب }

أ

ب

ب ∉ [أ ، ب [، أ ∈ [أ ، ب [

] أ ، ب]

] أ ، ب] = { س : س ∈ ح ، أ < س ≤ ب }

أ

ب

ب ∈] أ ، ب] ، أ ∉] أ ، ب]

ثانيا : الفترات الغير محددة

فترة نصف مغلقة [أ ، ∞ [

[أ ، ∞ [= { س : س ∈ ح ، س ≥ أ }

أ

أ ∈ [أ ، ∞ [

فترة مفتوحة] أ ، ∞ [

] أ ، ∞ [= { س : س ∈ ح ، س > أ }

أ

أ ∉] أ ، ∞ [

فترة نصف مغلقة] - ∞ ، أ]

] - ∞ ، أ] = { س : س ∈ ح ، س ≤ أ }

أ

أ ∈] - ∞ ، أ]

فترة مفتوحة] - ∞ ، أ [

] - ∞ ، أ [= { س : س ∈ ح ، س < أ }

أ

أ ∉] - ∞ ، أ [

لاحــــــظ أن:

(١) مجموعة الاعداد الحقيقية يمكن التعبير عنها على الصورة] - ∞ ، ∞ [

(٢) مجموعة الاعداد الحقيقية الموجبة ح+ =] ٠ ، ∞ [

(٣) مجموعة الاعداد الحقيقية السالبة ح- =] - ∞ ، ٠ [

(٤) مجموعة الاعداد الحقيقية غير السالبة = [٠ ، ∞ [

(٥) مجموعة الاعداد الحقيقية غير الموجبة =] - ∞ ، ٠]

مثــ١ــال: أكتب على صورة فترة كلا من المجموعات الاتية

(أ) س = {س: س ∈ ح ، ٢ < س < ٥}   (ب) ص = {س: س ∈ ح ، ٣ ⩽ س ⩽ ٧ }

الحــــل

(أ) س =] ٢ ، ٥ [(ب) ص = [٣ ، ٧]





مثــ٢ــال: أكتب على صورة فترة كلا من المجموعات الاتية

(أ) ن = {س : س ∈ ح ، ٢ < س ⩽ ٥ }   (ب) هـ = {س : س ∈ ح ، ٣ ⩽ س < ٧ }

الحــــل

(أ) ن =] ٢ ، ٥]   (ب) هـ = [٣ ، ٧ [

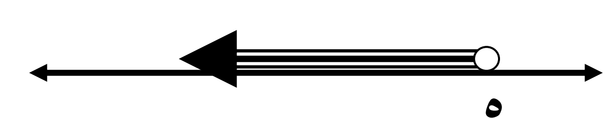


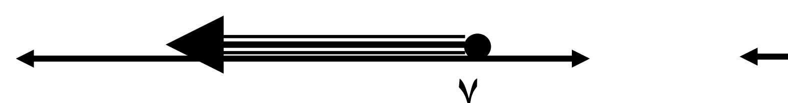
مثــ٣ــال: أكتب على صورة فترة كلا من المجموعات الاتية

(أ) و = {س : س ∈ ح ، س < ٥ }   (ب) ش = {س : س ∈ ح ، س ⩽ ٧ }

الحــــل

(أ) و =] - ∞ ، ٥ [(ب) ش =] - ∞ ، ٧]



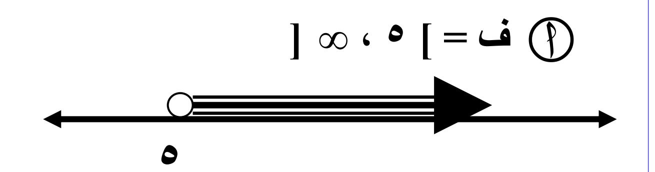


مثـــال٤: أكتب على صورة فترة كلا من المجموعات الاتية

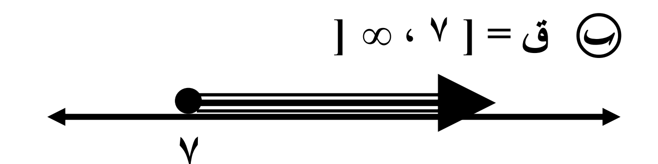
(أ) ف = {س : س ∈ ح ، س > ٥ }   (ب) ق = {س : س ∈ ح ، س ⩾ ٧ }

الحــــــل

(أ) ف =] ٥ ، ∞ [



(ب) ق = [٧ ، ∞ [



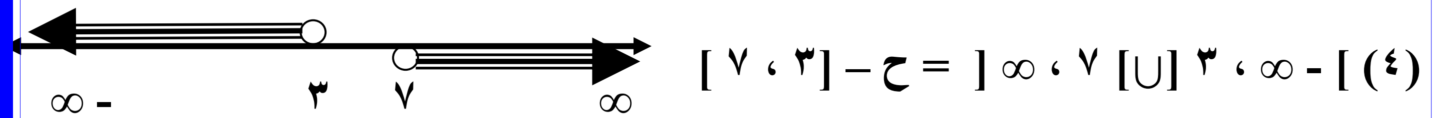
العمليات على الفترات

الاتحاد : أ ∪ ب = جميع العناصر الموجودة فى المجموعتين

(١) [-٢ ، ٥] ∪ [١ ، ٩ [= [-٢ ، ٩ [

(٢)] ٠ ، ٤ [∪ [-٣ ، ٩ [= [-٣ ، ٩ [

(٣)] -∞ ، ٧ [∪] ٣ ، ∞ [=] -∞ ، ∞ [= ح



(٤)] -∞ ، ٣ [∪] ٧ ، ∞ [= ح − [٣ ، ٧]

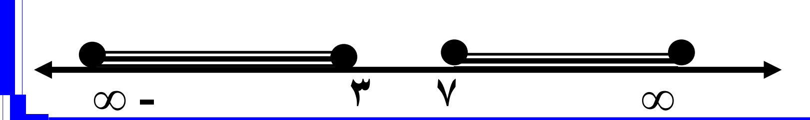
التقــاطع : أ ∩ ب = جميع العناصر المشتركة بين المجموعتين

(١) [-٢ ، ٥] ∩ [١ ، ٩ [= [١ ، ٥]

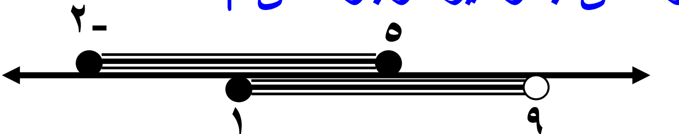
(٢)] ٠ ، ٤ [∩ [-٣ ، ٩ [=] ٠ ، ٤ [

(٣)] -∞ ، ٧ [∩] ٣ ، ∞ [=] ٣ ، ٧ [

(٤) [-٣ ، ٢] ∩ [٥ ، ٩] = ∅



الفرق: م - ب = جميع العناصر الموجودة فى م وغير موجودة فى ب



(١) [-٢ ، ٥] - [١ ، ٩ [= [-٢ ، ١ [

ب - م = جميع العناصر الموجودة فى ب وغير موجودة فى م

(٢) [-٢ ، ٥]- [١ ، ٩ [=] ٥ ، ٩ [



ملاحظة هامة : م - ب ≠ ب - م

(٣)] ٠ ، ٤ [-[-٣ ، ٩ [= ∅

(٤)] - ∞ ، ٧ [-[٣ ، ∞ [=]- ∞ ، ٣ [

لاحــــظ أن :

(١) [٢ ، ٥] – { ٢ } =]٢ ، ٥]

[٢ ، ٥] – { ٥ } = [٢ ، ٥ [

[٢ ، ٥] – {٢ ، ٥ } =]٢ ، ٥ [

(٢)]-١ ، ٣] ∪ {-١} = [-١ ، ٣]

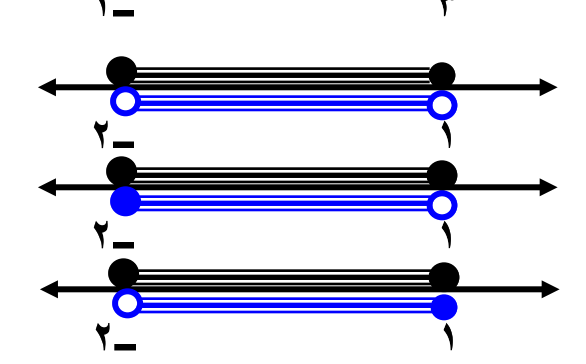
[-١ ، ٣ [∪ {٣} = [-١ ، ٣]

]-١ ، ٣ [∪ { -١ ، ٣ } = [-١ ، ٣]

(٣) [-٢ ، ١] –] -٢ ، ١ [= { -٢ ، ١ }

[-٢ ، ١] – [-٢ ، ١ [= { ١ }

[-٢ ، ١] –] -٢ ، ١] = { -٢ }



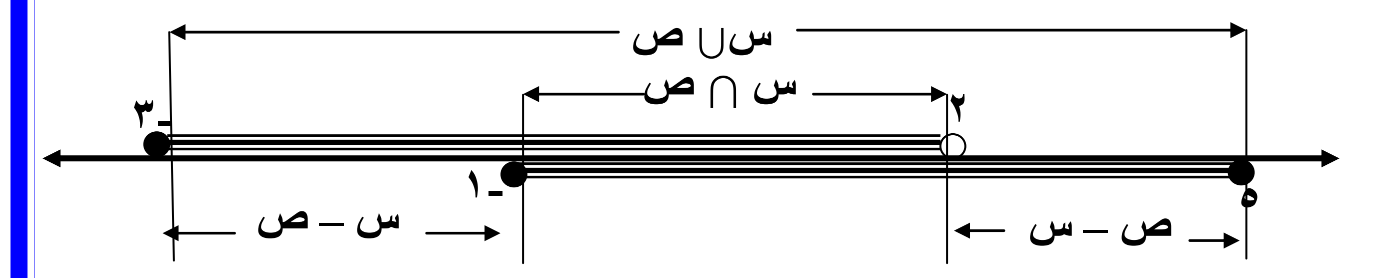
(٤) { ٣ } – [٢ ، ٥] = ∅ ، { ٣ } – [٥ ، ٩] = { ٣ }



مثـــال١ : إذا كانت س = [-٣ ، ٢ [، ص = [-١ ، ٥] فأوجد مستعينا بخط الاعداد

(١) س ∪ ص (٢) س ∩ ص (٣) س – ص (٤) ص – س

الحــــــل



(١) س ∪ ص = [-٣ ، ٢ [∪ [-١ ، ٥] = [-٣ ، ٥]

(٢) س ∩ ص = [-٣ ، ٢ [∩ [-١ ، ٥]= [-١ ، ٢ [

(٣) س – ص = [-٣ ، ٢ [- [-١ ، ٥] = [-٣ ، -١ [

(٤) ص – س = [-٣ ، ٢ [- [-١ ، ٥] = [٢ ، ٥]

مثـــال٢ : إذا كانت س = [-١ ، ٧ [، ص =]١ ، ٤ [مثلهما على خط الاعداد ثم أوجد

(١) س ∪ ص (٢) س ∩ ص (٣) س – ص (٤) ص – س

الحــــــل



(١) س ∪ ص = [-١ ، ٧ [∪]١ ، ٤ [= [-١ ، ٧ [

(٢) س ∩ ص = [-١ ، ٧ [∩]١ ، ٤ [=]١ ، ٤ [

(٣) س – ص = [-١ ، ٧ [-]١ ، ٤ [= [-١ ، ١] ∪ [٤ ، ٧ [

(٤) ص – س = ϕ



مثـ٣ـال : إذا كانت س =]- ∞ ، ٣] ، ص = [١ ، ∞ [مثلهما على خط الاعداد ثم أوجد

(١) س ∪ ص (٢) س ∩ ص (٣) س – ص (٤) ص – س

الحـــــل



(١) س ∪ ص =]- ∞ ، ٣] ∪ [١ ، ∞ [=]- ∞ ، ∞ [= ح

(٢) س ∩ ص =]-∞ ، ٣] ∩ [١ ، ∞ [= [١ ، ٣]

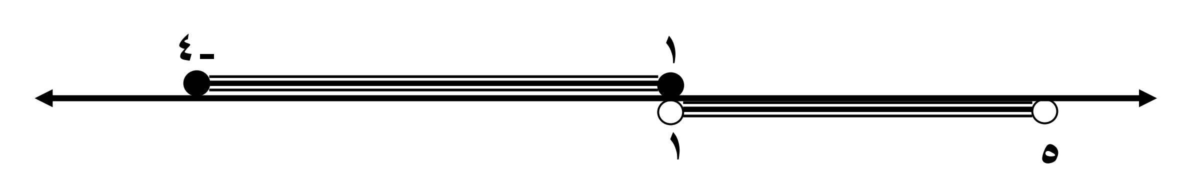
(٣) س – ص =] - ∞ ، ٣] -[١ ، ∞ [=] - ∞ ، ١ [

(٤) ص – س = [١ ، ∞ [-] - ∞ ، ٣] =]٣ ، ∞ [

مثـ٤ـال : إذا كانت س = [-٤ ، ١] ، ص =]١ ، ٥ [مثلهما على خط الاعداد ثم أوجد

(١) س ∪ ص (٢) س ∩ ص (٣) س – ص (٤) ص – س

الحـــــل



(١) س ∪ ص = [- ٤ ، ١] ∪]١ ، ٥ [= [- ٤ ، ٥[

(٢) س ∩ ص = [- ٤ ، ١] ∩]١ ، ٥ [= ϕ

(٣) س – ص =[- ٤ ، ١] -]١ ، ٥ [= [- ٤، ١]

(٤) ص – س =]١ ، ٥[- [-٤ ، ١] =] ١ ، ٥ [



تمارين على الفترات

[١] اكتب كلا من المجموعات الاتية على صورة فترة ومثلها على خط الاعداد

(١) أ = { س : س ∈ ح ، -١ < س < ٧ }

(٢) ب = { س : س ∈ ح ، -٣ < س ≤ ٦ }

(٣) ج = { س : س ∈ ح ، ١ ≤ س < ٥ }

(٤) د = { س : س ∈ ح ، -٧ ≤ س ≤ ٤ }

(٥) س = { س : س ∈ ح ، ٢ < س < ٧ }

(١١) ع = { س : س ∈ ح ، -١ < س }

(١٣) غ = { س : س ∈ ح ، ٣ > س }

(٦) ش = { س : س ∈ ح ، س < ٧ }

(٧) ص = { س : س ∈ ح ، س > ٥ }

(٨) م = { س : س ∈ ح ، س ≤ ٧ }

(٩) ن = { س : س ∈ ح ، س ≥ ٢ }

(١٠) هـ = { س : س ∈ ح ، س ≤ -٥ }

(١٢) ح+

(١٤) ح-

(١٥) ف = { س : س ∈ ح ، ١٠ > س > ١ }

(١٦) ق = { س : س ∈ ح ، -١ ≥ س ≥ -٧ }

---

[٢] اكتب بطريقة الصفة المميزة كلا من الفترات الاتية ومثلها على خط الاعداد

(١) [٢ ، ٦]　　(٢)]٣ ، ٨]　　(٣) [-٤ ، ٥]

(٤)]-١ ، ٦[　　(٥) [٣ ، ∞[　　(٦)]-∞ ، ٥[

(٧)]-٤ ، ∞[　　(٨)]-∞ ، ٩]　　(٩) ح+

---

[٣] إذا كانت س = [-٤ ، ٣] ، ص = [٠ ، ٧] أوجد مستعيناً بخط الاعداد كلا من

(١) س ∪ ص　　(٢) س ∩ ص　　(٣) س – ص　　(٤) ص – س

[٤] إذا كانت س =]٠ ، ٦[، ص = [-٥ ، ٣] أوجد مستعيناً بخط الاعداد كلا من

(١) س ∪ ص　　(٢) س ∩ ص　　(٣) س – ص　　(٤) ص – س

[٥] إذا كانت س = [-٤ ، ٩] ، ص = [١ ، ٥] أوجد مستعيناً بخط الاعداد كلا من

(١) س ∪ ص (٢) س ∩ ص (٣) س – ص (٤) ص – س

[٦] إذا كانت س =]-٤ ، ∞[، ص =] - ∞ ، ٥] أوجد مستعيناً بخط الاعداد كلا من

(١) س ∪ ص (٢) س ∩ ص (٣) س – ص (٤) ص – س

[٧] إذا كانت س =]٥ ، ∞[، ص =] - ∞ ، ٢] أوجد مستعيناً بخط الاعداد كلا من

(١) س ∪ ص (٢) س ∩ ص (٣) س – ص (٤) ص – س

[٨] إذا كانت س =]-٤ ، ∞[، ص =] - ١ ، ∞] أوجد مستعيناً بخط الاعداد كلا من

(١) س ∪ ص (٢) س ∩ ص (٣) س – ص (٤) ص – س

[٩] إذا كانت س =]٤ ، ∞[، ص =] - ٥ ، ٢] أوجد مستعيناً بخط الاعداد كلا من

(١) س ∪ ص (٢) س ∩ ص (٣) س – ص (٤) ص – س

---

[١٠] أوجد مستعينا بخط الأعداد كلا مما ياتى

(١)]-٣ ، ٤] ∪]١ ، ٧]

(٢)]٢ ، ٦ [∪ [-١ ، ٣]

(٣)] ١ ، ٥ [∩ [-٢ ، ٨]

(٤)] -١ ، ٢ [∪ [٢ ، ٥]

(٥)]-٣ ، ٤]∩[٤ ، ٧ [

(٦)] -١ ، ٥ [∩ [٣ ، ٧]

(٧)]٠ ، ٦ [∪] -٣ ، ٢ [

(٨)] ١ ، ٣]∩[-٤ ، ٧ [

(٩) $ح_+$ —] -٤ ، ٥]

(١٠)] -٣ ، ٤] — $ح_+$

(١١) $ح_-$ ∪] -٥ ، ٣]

(١٢) $ح_-$ ∩] -٤ ، ٧]

(١٣) $ح_-$ —] -٧ ، ٥]

(١٤)] -٣ ، ٤] — $ح_-$

(٢٥)] ٢ ، ∞] -] ٥ ، ∞]

(٢٦)] ٤ ، ∞] -] ٢ ، ∞]

حل متباينة الدرجة الاولى فى متغير واحد

خواص التباين

لاى ثلاث أعداد حقيقية م ، ب ، جـ

- إذا كان م > ب فإن م + جـ > ب + جـ [سواء أكانت جـ موجبة أو سالبة]
- إذا كان م > ب فإن م جـ > ب جـ [إذا كانت جـ > ٠ موجبة]
- إذا كان م > ب فإن م جـ < ب جـ [إذا كانت جـ < ٠ سالبة]

مثـــال ١ : أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الاتية وأكتب مجموعة الحل على صورة فترة

(أ) س – ١ > ٣ (ب) س +١ ≤ ٣

الحــــــل

(أ) س > ٣+١
س > ٤
∴ م.ح =] ٤ ، ∞ [

(ب) س ⩽ ٣ – ١
س ⩽ ٢
∴ م.ح = [٣ ، ∞ [

مثـــال ٢ : أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الاتية وأكتب مجموعة الحل على صورة فترة

(أ) س – ٢ < ٧ (ب) س +٣ ⩾ ٨

الحــــــل

(أ) س < ٧+٢
س < ٩
∴ م.ح =] - ∞ ، ٩ [

(ب) س ≥ ٨ – ٣
س ≥ ٥
∴ م.ح =] - ∞ ، ٥]

مثـــال ٣ : أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الاتية وأكتب مجموعة الحل على صورة فترة

(أ) ٥ – ٢ س > ١١ (ب) ١ – ٣ س < ١٣

الحــــــل

(أ) -٢س > ١١ – ٥ (ب) -٣س < ١٣ – ١

-٢س < ٦ بالقسمة ÷ -٢
س > -٣
∴ م.ح =] -٣ ، ∞ [

- ٣ س > ١٢ بالقسمة ÷ -٣
س < - ٤
∴ م.ح =] - ∞ ، -٤ [

مثـ٤ـال : أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الاتية وأكتب مجموعة الحل على صورة فترة

(أ) ٢س +٣ > ١١ (ب) ٣س - ٢ < ١٣

الحـــــل

(أ) ٢س > ١١ – ٣
٢س > ٨ بالقسمة ÷٤
س > ٤
∴ م.ح =] ٤ ، ∞ [

(ب) ٣س < ١٣+٢
٣س < ١٥ بالقسمة ÷٣
س < ٥
∴ م.ح =] - ∞ ، ٥ [

مثـ٥ـال : أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الاتية وأكتب مجموعة الحل على صورة فترة

(أ) ٢س – ١ < س +٣ (ب) ٣س +١ > س + ١٣

الحـــــل

(أ) ٢س – س < ٣+١
س < ٤
∴ م.ح =] - ∞ ، ٤ [

(ب) ٣س – س > ١٣ - ١
٢س > ١٢ ÷٢ ⟸ س > ٦
∴ م.ح =] ٦ ، ∞ [

مثـ٦ـال : أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الاتية وأكتب مجموعة الحل على صورة فترة

(أ) ٢س – ٣ ≥ ١٢ – س (ب) ٥س – ١٢ ≤ س

الحـــــل

(أ) ٢س + س ≥ ١٢ +٣
٣س ≥ ١٥ ÷٣
س ≥ ٥
∴ م.ح = [٥ ، ∞ [

(ب) ٥ س – س ≤ ١٢
٤س ≤ ١٢ ÷٤
س ≤ ٣
∴ م.ح =] - ∞ ، ٣]

مثـــال٧ : أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الاتية وأكتب مجموعة الحل على صورة فترة

(أ) ٥ < س – ١ < ١٠ (ب) ٣ < ٢س +١ ≤ ١١

الحـــــل

(أ) ٥+١ < س < ١٠ +١

٦ < س < ١١

∴ م.ح =] ٦ ، ١١ [

(ب) ٣ – ١ < ٢س ≤ ١١ – ١

٢ < ٢س ≤ ١٠ ÷٢ ⟸ ١ < س ≤ ٥

∴ م.ح =] ١ ، ٥]

مثـــال٨ : أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الاتية وأكتب مجموعة الحل على صورة فترة

(أ) ١ < (س+١)/٣ < ٢ (ب) ٣ < س/٢ +١ < ٧

الحـــــل

(أ) بالضرب × ٣ ٣ < س +١ < ٦

٣ – ١ < س < ٦ – ١

٢ < س < ٥

∴ م.ح =] ٢ ، ٥ [

(ب) ٣ – ١ < س/٢ < ٧ – ١

٢ < س/٢ < ٦ ×٢

٤ < س < ١٢

∴ م.ح =] ٤ ، ١٢ [

مثـــال٩ : أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الاتية وأكتب مجموعة الحل على صورة فترة

(أ) ٧ ≤ ٣ – ٢ س < ١١ (ب) س +٤ < ٣س +٢ < س +١٠

الحـــــل

(أ) ٧ – ٣ ≤ -٢ س < ١١ – ٣

٤ ≤ -٢ س < ٨ ÷ -٢

-٢ ≥ س > -٤

∴ م.ح = ح –]-٤ ، -٢]

(ب) بطرح س ٤ < ٢س +٢ < ١٠

٤ – ٢ < ٢س < ١٠ – ٢

٢ < ٢ س < ٨ ÷٢ ⟸ ١ < س < ٤

∴ م.ح =] ١ ، ٤ [

مثـــال ١٠ : أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الاتية وأكتب مجموعة الحل على صورة فترة (أ) ٤ – س > ٢س+١ > ١٣ – س (ب) -٢س+٢ > ٠ > -٢س +١٠

الحـــــل

(أ) بأضافة + س للاطراف الثلاثة

٤ > ٣س +١ > ١٣

٤ – ١ > ٣س > ١٣ – ١

٣ > ٣س > ١٢ ÷٣ ⟸ ١ > س > ٤

∴ م.ح =] ١ ، ٤ [

(ب) بأضافة +٢ س للاطراف الثلاثة

٢ > ٢ س > ١٠ ÷٢

١ > س > ٥

∴ م.ح =] ١ ، ٥ [

تمارين على المتباينات فى ح

السؤال الأول : أكمل العبارات الأتية

(١) إذا كانت ٧ – س < ٣ فإن س > ....

(٢) إذا كانت س ∋ [٣ ، ٥] فإن ٢س ∋ ....

(٣) إذا كانت س ∋ [٢ ، ٦] فإن س +١ ∋ ....

(٤) إذا كانت س ∋ [٣ ، ٥] فإن س^{٢} ∋ ....

(٥) إذا كانت -٥ > س > ٣ حيث س ∍ ح فإن ٢س ∋] ...... ، ....[

(٦) إذا كانت س ∋ [-٣ ، ٤] فإن س^{٢} ∋ ....

(٧) إذا كانت س ∋ [٤ ، ٩] فإن $\sqrt{\text{س}}$ ∋........................

(٨) إذا كانت س ∋ [-٢ ، ٣] فإن س^{٣} ∋ ....

(٩) إذا كانت ٢س ∋ [٦ ، ١٤] فإن س ∋ ....

(١٠) إذا كانت [-٣ ، ∞ [هى مجموعة حل المتباينة – س ⩾ ب فإن ب = ...

(١١) إذا كانت ٢س +٣ ∋ [٧ ، ١٣] فإن س ∋ ....

السؤال الثانى : أكتب على صورة فترة مجموعة الحل لكلا من المتباينات الاتية

(١) ٢س > ١٢

(٢) -٣س > ١٢

(٣) $\frac{٣}{٢}$ س < ٦

(٤) س – ١ < ٥

(٥) س +١ ≤ ٤

(٦) س – ٣ ≥ ٥

(٧) ٢س – ٣ > ٧

(٨) ٣ س – ٢ < ١٠

(٩) ٥ س + ١ < ٤١

(١٠) ٧ – ٢ س > ٥

(١١) ٣ – ٤ س < ١١

(١٢) ٣ < س +١ ≤ ١١

(١٣) ٢ ≤ س – ٣ ≤ ٥

(١٤) ٣ ≤ ٢س + ١ < ١١

(١٥) ٥ < ٣س +٢ ≤ ١٧

(١٦) س +١ < ٢س – ٥ < س +٧

(١٧) س – ١ ≤ ٣س +٧ ≤ س + ١٥

(١٨) -٥ < س + ٣ < ٩

(١٩) – س +٥ > ٩

(٢٠) س – ١ < ٣ – س

(٢١) ٢ س – ٣ < ٥ س +٩

(٢٢) ٧ س – ٩ > ٤ س

(٢٣) – س – ١ < س +٢ ≤ - س +٥

(٢٤) – س < س < ٤ – س

(٢٥) س +٣ > ٢س > س – ٢

(٢٦) س +٣ ≥ ٢س – ١ ≥ س – ٣

(٢٧) ٢+٢س < ٣س +٣ < ٥ +٢س

(٢٨) ١ – س ≤ ١ – ٢ س < ٣ – س

(٢٩) ٣ س – ١ ≤ ٤ س – ٣ ≤ ٢س+٥

(٣٠) ٣+٢س ≤ ٣س +٣ < س + ٧

العمليات على الاعداد الحقيقية

• خواص عملية الجمع فى ح

(١) خاصية الاغلاق : مجموع أى عددين حقيقيين هو عدد حقيقى

إذا كان أ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن أ + ب ∈ ح

(٢) خاصية الإبدال : عملية جمع الأعداد الحقيقية عملية أبدالية

إذا كان أ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن أ + ب = ب + أ

(٣) خاصية التجميع (الدمج) : لاى ثلاث أعداد حقيقية أ ، ب ، جـ فإن

أ + ب + جـ = (أ + ب) + جـ = أ + (ب + جـ)

(٤) العنصر المحايد الجمعى : الصفر هو العنصر المحايد الجمعى فى ح

لان أ + صفر = صفر + أ = أ

(٥) المعكوس الجمعى : لكل عدد حقيقى أ يوجد معكوس جمعى (– أ)

أ + (- أ) = صفر فمثلاً: العدد ٥ معكوسه الجمعى – ٥

• المعكوس الجمعى للعدد صفر هو صفر

خواص عملية الضرب فى ح

(١) خاصية الاغلاق : حاصل ضرب أى عددين حقيقيين هو عدد حقيقى

إذا كان أ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن أ × ب ∈ ح

(٢) خاصية الإبدال : عملية ضرب الأعداد الحقيقية عملية أبدالية

إذا كان أ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن أ × ب = ب × أ

(٣) خاصية التجميع (الدمج) : لاى ثلاث أعداد حقيقية أ ، ب ، جـ فإن

أ × ب × جـ = (أ × ب) × جـ = أ × (ب × جـ)

(٤) العنصر المحايد الضربى : الواحد هو العنصر المحايد الضربى فى ح

لان أ × ١ = ١ × أ = أ



(٥) المعكوس الضربى : لكل عدد حقيقى أ يوجد معكوس ضربى هو $\frac{١}{أ}$

أ × ($\frac{١}{أ}$) = ١ فمثلاً: العدد $\frac{٣}{٥}$ معكوسه الضربى $\frac{٥}{٣}$

لاحظ أن المعكوس الضربى للعدد واحد هو واحد ، لايوجد معكوس ضربى للعدد صفر

مثـال١ : اختصر لابسط صورة $٥ + ٢\sqrt{٣} + ٧ + ٤\sqrt{٣}$

الحـــــل

المقدار = $(٥ + ٧) + (٢\sqrt{٣} + ٤\sqrt{٣}) = ١٢ + ٦\sqrt{٣}$

مثـال٢ : اختصر لابسط صورة $٢\sqrt{٥} + ٣\sqrt{٢} + ٤\sqrt{٥} - ٦\sqrt{٢}$

الحـــــل

المقدار = $(٢\sqrt{٥} + ٤\sqrt{٥}) + (٣\sqrt{٢} - ٦\sqrt{٢}) = ٦\sqrt{٥} - ٣\sqrt{٢}$

مثـال٣ : اختصر لابسط صورة $(\sqrt{٣} + ٢)(٢\sqrt{٣} - ٥)$

الحـــــل

المقدار = $\sqrt{٣}(\sqrt{٣} - ٥) + ٢(٢\sqrt{٣} - ٥)$

$= \sqrt{٣} \times \sqrt{٣} - \sqrt{٣} \times ٥ + ٢ \times ٢\sqrt{٣} + ٢ \times -٥$

$= ٣ - ٥\sqrt{٣} + ٤\sqrt{٣} - ١٠ = -٧ - \sqrt{٣}$

مثـال٤ : أختصر لابسط صورة $(\sqrt{٣} + \sqrt{٥})^{٢}$

الحـــــل

المقدار = $(\sqrt{٣})^{٢} + ٢ \times \sqrt{٣} \times \sqrt{٥} + (\sqrt{٥})^{٢}$

$= ٣ + ٢\sqrt{١٥} + ٥ = ٨ + ٢\sqrt{١٥}$

مثـال٥ : أختصر لابسط صورة $(٣\sqrt{٢} - ٥)^{٢} + (٣\sqrt{٥} - ٤)(٣\sqrt{٥} + ٤)$

الحـــــل



المقدار = $(٣\sqrt{٢})^٢ - ٢ \times ٣\sqrt{٢} \times ٥ + (-٥)^٢ + (٣\sqrt{٥})^٢ - (٤)^٢$

$= ٩ \times ٢ - ٣٠\sqrt{٢} + ٢٥ + ٩ \times ٥ - ١٦$

$= ١٨ - ٣٠\sqrt{٢} + ٢٥ + ٤٥ - ١٦ = ٧٢ - ٣٠\sqrt{٢}$

مثـال ٦ : إذا كان $أ = ٣\sqrt{٥} - ٢$ ، $ب = ٣\sqrt{٥} + ٢$

أوجد قيمة $أ^٢ + ٢ أ ب + ب^٢$

الحـــــل

المقدار = $أ^٢ + ٢ أ ب + ب^٢ = (أ + ب)^٢$

$= (٣\sqrt{٥} - ٢ + ٣\sqrt{٥} + ٢)^٢ = (٦\sqrt{٥})^٢ = ٣٦ \times ٥ = ١٨٠$

مثـال ٧ : إذا كان $أ = ٢\sqrt{٣} + ٥$ ، $ب = ٢\sqrt{٣} - ٥$

أوجد قيمة المقدار: $أ^٢ - ٢ أب + ب^٢$

الحـــــل

المقدار = $أ^٢ - ٢ أ ب + ب^٢ = (أ - ب)^٢$

$= [(٢\sqrt{٣} + ٥) - (٢\sqrt{٣} - ٥)]^٢$

$= (٢\sqrt{٣} + ٥ - ٢\sqrt{٣} + ٥)^٢ = (١٠)^٢ = ١٠٠$

مثـال ٨ : إذا كان $أ = \sqrt{٥} + \sqrt{٣}$ ، $ب = \sqrt{٥} - \sqrt{٣}$

أوجد قيمة القدار $أ^٢ + ب^٢$

الحـــــل

$أ^٢ = (\sqrt{٥} + \sqrt{٣})^٢ = (\sqrt{٥})^٢ + ٢ \times \sqrt{٥} \times \sqrt{٣} + (\sqrt{٣})^٢$

$= ٥ + ٢\sqrt{١٥} + ٣ = ٨ + ٢\sqrt{١٥}$

$ب^٢ = (\sqrt{٥} - \sqrt{٣})^٢ = (\sqrt{٥})^٢ - ٢ \times \sqrt{٥} \times \sqrt{٣} + (\sqrt{٣})^٢$

$= ٥ - ٢\sqrt{١٥} + ٣ = ٨ - ٢\sqrt{١٥}$

المقدار = $٨ + ٢\sqrt{١٥} + ٨ - ٢\sqrt{١٥} = ١٦$



مثـــال ٩ : إذا كان $أ = ٢\sqrt{٥} - ٣$ ، $ب = ٢\sqrt{٥} + ٣$

أوجد قيمة المقدار $أ^{٢} + أ\,ب + ب^{٢}$

الحـــل

$$أ^{٢} = (٢\sqrt{٥} - ٣)^{٢} = (٢\sqrt{٥})^{٢} - ٢ \times ٢\sqrt{٥} \times ٣ + (٣)^{٢}$$

$$= ٤ \times ٥ - ١٢\sqrt{٥} + ٩ = ٢٩ - ١٢\sqrt{٥}$$

$$أب = (٢\sqrt{٥} - ٣)(٢\sqrt{٥} + ٣) = (٢\sqrt{٥})^{٢} - (٣)^{٢}$$

$$= ٤ \times ٥ - ٩ = ٢٠ - ٩ = ١١$$

$$ب^{٢} = (٢\sqrt{٥} + ٣)^{٢} = (٢\sqrt{٥})^{٢} + ٢ \times ٢\sqrt{٥} \times ٣ + (٣)^{٢}$$

$$= ٤ \times ٥ + ١٢\sqrt{٥} + ٩ = ٢٩ + ١٢\sqrt{٥}$$

∴ المقدار $= ٢٩ - ١٢\sqrt{٥} + ١١ + ٢٩ + ١٢\sqrt{٥} = ٦٩$

مثـــال ١٠ : إذا كان $أ = ٣\sqrt{٥} + ٦$ ، $ب = ٣\sqrt{٥} - ٦$

أوجد قيمة المقدار $أ^{٢} - ب^{٢}$

الحـــل

المقدار $أ^{٢} - ب^{٢} = (أ + ب)(أ - ب)$

$$= [٣\sqrt{٥} + ٦ + ٣\sqrt{٥} - ٦][٣\sqrt{٥} + ٦ - (٣\sqrt{٥} - ٦)]$$

$$= ٦\sqrt{٥}\,(٣\sqrt{٥} + ٦ - ٣\sqrt{٥} + ٦) = ٦\sqrt{٥} \times ١٢ = ٧٢\sqrt{٥}$$

مثـــال ١١ : أكتب كلا من الاعداد الاتية بحيث يكون المقام عدد صحيحا

(أ) $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$ (ب) $\frac{٦}{\sqrt{٣}}$ (جـ) $\frac{٧}{٥\sqrt{٢}}$

الحـــل

(أ) $\frac{٢}{\sqrt{٥}} = \frac{٢}{\sqrt{٥}} \times \frac{\sqrt{٥}}{\sqrt{٥}} = \frac{٢\sqrt{٥}}{٥}$

(ب) $\frac{٦}{\sqrt{٣}} = \frac{٦}{\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}} = \frac{٦\sqrt{٣}}{٣} = ٢\sqrt{٣}$

(جـ) $\frac{٧}{٥\sqrt{٢}} = \frac{٧}{٥\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}} = \frac{٧\sqrt{٢}}{١٠}$



العمليات على الجذور التربيعية

إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين غير سالبين فإن

❖ $\sqrt{\text{أ}} \times \sqrt{\text{ب}} = \sqrt{\text{أ ب}}$ والعكس $\sqrt{\text{أ ب}} = \sqrt{\text{أ}} \times \sqrt{\text{ب}}$

فمثلا $\sqrt{\text{٣}} \times \sqrt{\text{٢}} = \sqrt{\text{٦}}$ ، $\sqrt{\text{١٠}} = \sqrt{\text{٥}} \times \sqrt{\text{٢}}$

❖ $\frac{\sqrt{\text{أ}}}{\sqrt{\text{ب}}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ والعكس $\sqrt{\frac{\text{أ}}{\text{ب}}} = \frac{\sqrt{\text{أ}}}{\sqrt{\text{ب}}}$

فمثلا $\frac{\sqrt{\text{٦}}}{\sqrt{\text{٢}}} = \sqrt{\frac{\text{٦}}{\text{٢}}} = \text{٣}$ وكذلك $\sqrt{\frac{\text{٥}}{\text{٣}}} = \frac{\sqrt{\text{٥}}}{\sqrt{\text{٣}}}$

❖ $\sqrt{\frac{\text{أ}}{\text{ب}}} = \frac{\sqrt{\text{أ}}}{\sqrt{\text{ب}}} = \frac{\sqrt{\text{أ}} \times \sqrt{\text{جـ}}}{\sqrt{\text{ب}} \times \sqrt{\text{جـ}}} = \frac{\sqrt{\text{أ جـ}}}{\sqrt{\text{ب جـ}}}$

❖ $\sqrt{\text{أ}} \times \sqrt{\text{أ}} = (\sqrt{\text{أ}})^{\text{٢}} = \text{أ}$ فمثلا $\sqrt{\text{٣}} \times \sqrt{\text{٣}} = \text{٣}$

خاصية التوزيع (توزيع الضرب على الجمع)

إذا كان أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية فإن

$$\text{أ} \times (\text{ب} + \text{جـ}) = \text{أ} \times \text{ب} + \text{أ} \times \text{جـ}$$

فمثلا $\sqrt{\text{٣}}\,(\sqrt{\text{٥}} + \text{٢}\sqrt{\text{٣}}) = \sqrt{\text{٣}} \times \sqrt{\text{٥}} + \sqrt{\text{٣}} \times \text{٢}\sqrt{\text{٣}} = \sqrt{\text{١٥}} + \text{٦}$

المعكوس الجمعي للعدد $\frac{\text{٥}}{\text{س} - \text{٢}}$ هو $\frac{-\text{٥}}{\text{س} - \text{٢}}$ أو $\frac{\text{٥}}{\text{٢} - \text{س}}$

المعكوس الضربي للعدد $\frac{\sqrt{\text{٥}}}{\text{١٠}}$ هو $\frac{\text{١٠}}{\sqrt{\text{٥}}} = \frac{\text{١٠}}{\sqrt{\text{٥}}} \times \frac{\sqrt{\text{٥}}}{\sqrt{\text{٥}}} = \frac{\text{١٠}\sqrt{\text{٥}}}{\text{٥}} = \text{٢}\sqrt{\text{٥}}$

مثـــال ١ : ضع كلا مما يأتى على صورة $أ\sqrt{ب}$

حيث أ ، ب عددان صحيحان ، ب أصغر قيمة ممكنة

(١) $\sqrt{12}$ (٢) $\sqrt{45}$ (٣) $\sqrt{48}$

(٤) $\sqrt{50}$ (٥) $\sqrt{28}$ (٦) $\sqrt{1000}$

الحـــــــل

(١) $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$

(٢) $\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5}$

(٣) $\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$

(٤) $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$

(٥) $\sqrt{28} = \sqrt{4 \times 7} = 2\sqrt{7}$

(٦) $\sqrt{1000} = \sqrt{100 \times 10} = 10\sqrt{10}$

مثـــال ٢ : ضع كلا مما يأتى على صورة $\sqrt{ب}$ **حيث ب عدد صحيح**

(أ) $2\sqrt{5}$ (ب) $4\sqrt{3}$ (جـ) $3\sqrt{2}$ (د) $10\sqrt{3}$

الحـــــــل

(أ) $2\sqrt{5} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{20}$

(ب) $4\sqrt{3} = \sqrt{16 \times 3} = \sqrt{48}$

(جـ) $3\sqrt{2} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{18}$

(د) $10\sqrt{7} = \sqrt{100 \times 7} = \sqrt{700}$

مثـــال ٣ : ضع كلا مما يأتى على صورة $أ\sqrt{ب}$ **حيث ب أصغر صورة ممكنة**

(أ) $\sqrt{3} \times \sqrt{15}$ (ب) $\sqrt{2} \times \sqrt{32}$ (جـ) $\sqrt{5} \times \sqrt{10}$ (د) $3\sqrt{15} \times 2\sqrt{3}$

الحـــــــل

(أ) $\sqrt{3} \times \sqrt{15} = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

(ب) $\sqrt{2} \times \sqrt{32} = \sqrt{2} \times \sqrt{16} \times \sqrt{2} = \sqrt{2} \times 4 \times \sqrt{2} = 2 \times 4 = 8$

(جـ) $\sqrt{5} \times \sqrt{10} = \sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

(د) $3\sqrt{15} \times 2\sqrt{3} = 3 \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} \times 2 \times \sqrt{3} = 3 \times 2 \times 3\sqrt{5} = 18\sqrt{5}$

مثـــ٤ــال : أختصر إلى أبسط صورة

(أ) $\sqrt{٥٠} + \sqrt{١٨} - \sqrt{٩٨}$

(ب) $٢\sqrt{١٢} + ٣\sqrt{٣} - \sqrt{٧٥}$

الحـــــــل

(أ) المقدار $= \sqrt{٢٥ \times ٢} + \sqrt{٩ \times ٢} - \sqrt{٤٩ \times ٢}$

$= ٥\sqrt{٢} + ٣\sqrt{٢} - ٧\sqrt{٢}$

$= ٨\sqrt{٢} - ٧\sqrt{٢} = \sqrt{٢}$

(ب) المقدار $= ٢\sqrt{٤ \times ٣} + ٣\sqrt{٣} - \sqrt{٢٥ \times ٣}$

$= ٢ \times ٢\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٣} - ٥\sqrt{٣}$

$= ٤\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٣} - ٥\sqrt{٣} = ٢\sqrt{٣}$

مثـــ٥ــال : أختصر إلى أبسط صورة

(أ) $\sqrt{٧٥} - \sqrt{١٢} + \sqrt{٢٧}$

(ب) $\sqrt{٣٢} - ٣\sqrt{٨} + ٦\sqrt{\frac{١}{٢}}$

الحـــــــل

(أ) المقدار $= \sqrt{٢٥ \times ٣} - \sqrt{٤ \times ٣} + \sqrt{٩ \times ٣}$

$= ٥\sqrt{٣} - ٢\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٣}$

$= ٣\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٣} = ٦\sqrt{٣}$

(ب) المقدار $= \sqrt{١٦ \times ٢} - ٣\sqrt{٤ \times ٢} + \sqrt{٣٦ \times \frac{١}{٢}}$

$= ٤\sqrt{٢} - ٣ \times ٢\sqrt{٢} + \sqrt{١٨}$

$= ٤\sqrt{٢} - ٦\sqrt{٢} + ٣\sqrt{٢} = \sqrt{٢}$

مثـــ٦ــال : أختصر إلى أبسط صورة كلا مما يأتى : $(\sqrt{٥} - ٢)(\sqrt{٥} + ٤)$

الحـــــــل

المقدار $= \sqrt{٥} \times \sqrt{٥} + ٤ \times \sqrt{٥} - ٢ \times \sqrt{٥} - ٢ \times ٤$

$= ٥ + ٤\sqrt{٥} - ٢\sqrt{٥} - ٨ = ٢\sqrt{٥} - ٣$

حل آخر بمجرد النظر المقدار $= ٥ + ٢\sqrt{٥} - ٨ = ٢\sqrt{٥} - ٣$

مثـــ٧ــال : أختصر إلى أبسط صورة كلا مما يأتى : $(\sqrt{٥} + \sqrt{٣})(٢\sqrt{٥} - \sqrt{٣})$

الحـــــــل

المقدار $= \sqrt{٥} \times ٢\sqrt{٥} + \sqrt{٥} \times -\sqrt{٣} + \sqrt{٣} \times ٢\sqrt{٥} + \sqrt{٣} \times -\sqrt{٣} = ٧ + \sqrt{١٥}$

بمجرد النظر المقدار $= ٥ \times ٢ - \sqrt{١٥} + ٢\sqrt{١٥} - ٣ = ٧ + \sqrt{١٥}$



مثـ٨ــال : إذا كان $س = \sqrt{٥} + \sqrt{٢}$ ، $ص = ٢\sqrt{٥} - \sqrt{٢}$

أوجد قيمة المقدار $س^{٢} + ٢س\,ص + ص^{٢}$ فى أبسط صورة

الحـــــل

المقدار $= (س + ص)^{٢} = (\sqrt{٥} + \sqrt{٢} + ٢\sqrt{٥} - \sqrt{٢})^{٢} = (٣\sqrt{٥})^{٢} = ٩ \times ٥ = ٤٥$

مثـ٩ــال: إذا كان $أ = \sqrt{٧} + \sqrt{٣}$ ، $ب = \sqrt{٧} - ٢\sqrt{٣}$

أوجد قيمة المقدار $أ^{٢} - ب^{٢}$ فى أبسط صورة

الحـــــل

المقدار $= (أ - ب)(أ + ب)$

$= [\sqrt{٧} + \sqrt{٣} - \sqrt{٧} + ٢\sqrt{٣}][\sqrt{٧} + \sqrt{٣} + \sqrt{٧} - ٢\sqrt{٣}]$

$= ٣\sqrt{٣} \times (٢\sqrt{٧} - \sqrt{٣}) = ٦\sqrt{٢١} - ٩$

مثـ١٠ــال : إذا كان $ل = ٣\sqrt{٢} - \sqrt{٣}$ ، $م = \sqrt{٣} - ٢\sqrt{٢}$

أوجد قيمة المقدار $ل^{٢} + م^{٢}$

الحـــــل

المقدار $= ل^{٢} + م^{٢} = (٣\sqrt{٢} - \sqrt{٣})^{٢} + (\sqrt{٣} - ٢\sqrt{٢})^{٢}$

$= (٩ \times ٢ - ٦\sqrt{٦} + ٣) + (٣ - ٤\sqrt{٦} + ٤ \times ٢)$

$= ١٨ - ٦\sqrt{٦} + ٣ + ٣ - ٤\sqrt{٦} + ٨ = ٣٢ - ١٠\sqrt{٦}$

تمارين على الجذور التربيعية

السؤال الأول : أختصر كلا مما يأتى لا بسط صورة

(١) $\sqrt{١٢} + \sqrt{٧٥} - \sqrt{٤٨}$ (٢) $\sqrt{٥٠} - \sqrt{١٨} + \sqrt{٧٢}$

(٣) $\sqrt{٢٠} - \sqrt{٤٥} + \sqrt{٨٠}$ (٤) $\sqrt{٢٨} + \sqrt{٦٣} - \sqrt{١٧٥}$

(٥) $\sqrt{٩٠} - \sqrt{١٦٠} + \sqrt{٤٠}$ (٦) $\sqrt{٢٤} + \sqrt{١٥٠} - \sqrt{٥٤} + \sqrt{٩٦}$



(٧) $4\sqrt{2} - 4\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{18}$

(٨) $2\sqrt{8} + 2\sqrt{12} - \sqrt{48} - \sqrt{2}$

(٩) $\sqrt{27} + \sqrt{12} - \sqrt{48} - 3\sqrt{\frac{1}{3}}$

(١٠) $\sqrt{48} - 2\sqrt{27} + 6\sqrt{\frac{1}{3}}$

(١١) $(5\sqrt{3} - \sqrt{7})(5\sqrt{3} + \sqrt{7})$

(١٢) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$

(١٣) $(\sqrt{5} + 2\sqrt{3})(\sqrt{5} + 4\sqrt{3})$

(١٤) $(5\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$

(١٥) $(2\sqrt{5} + 4)(3\sqrt{5} - 2)$

(١٦) $(3\sqrt{2} + 5\sqrt{3})^2$

(١٧) $(\sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{5})$

(١٨) $3\sqrt{2}(5\sqrt{2} - 4\sqrt{3})$

السؤال الثانى : أجعل المقام فى كلا مما يأتى عدد صحيحاً

(أ) $\frac{7}{\sqrt{5}}$ (ب) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$ (جـ) $\frac{7}{5\sqrt{2}}$ (د) $\frac{7\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

(هـ) $\frac{\sqrt{3} + 5}{\sqrt{2}}$ (و) $\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ (ز) $\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ (ح) $\frac{1}{\sqrt{3} + 1}$

السؤال الثالث : ضع على صورة أ $\sqrt{ب}$ كلا مما يأتى حيث ب أصغر ما يمكن

(أ) $\sqrt{18}$ (ب) $\sqrt{12}$ (جـ) $8\sqrt{\frac{1}{2}}$ (د) $\sqrt{80}$ (هـ) $2\sqrt{48}$

السؤال الرابع : ضع على صورة $\sqrt{ب}$ كلا مما يأتى

(أ) $2\sqrt{5}$ (ب) $3\sqrt{\frac{1}{3}}$ (جـ) $5\sqrt{3}$ (د) $2\sqrt{5} \times \sqrt{3}$ (هـ) $4\sqrt{2}$

الكميتان المترافقتان

تعـــــريف

إذا كان أ، ب عددين نسبيين موجبين فإن كلا من العددين $\sqrt{أ} + ب$ ، $\sqrt{أ} - ب$

يعتبر مرافقاً للعدد الاخر

حاصل ضرب الكميتين المترافقتين = مربع الاول – مربع الثانى

مثــ١ــال : أكتب الكسر $\frac{٥}{\sqrt{٧} - \sqrt{٢}}$ بحيث يكون المقام عدداً صحيحاً

الحــــــل

بضرب البسط والمقام فى مرافق المقام $\sqrt{٧} + \sqrt{٢}$

$$\frac{٥}{\sqrt{٧} - \sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٧} + \sqrt{٢}}{\sqrt{٧} + \sqrt{٢}} = \frac{٥(\sqrt{٧} + \sqrt{٢})}{٧ - ٢} = \frac{٥(\sqrt{٧} + \sqrt{٢})}{٥} = \sqrt{٧} + \sqrt{٢}$$

مثــ٢ــال : إذا كان $س = \frac{٤}{\sqrt{٧} - \sqrt{٣}}$ ، $ص = \sqrt{٧} - \sqrt{٣}$

إثبت أن س ، ص كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $س^٢ + ٢ س ص + ص^٢$

الحــــــل

$$س = \frac{٤}{\sqrt{٧} - \sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٧} + \sqrt{٣}}{\sqrt{٧} + \sqrt{٣}} = \frac{٤(\sqrt{٧} + \sqrt{٣})}{٧ - ٣} = \frac{٤(\sqrt{٧} + \sqrt{٣})}{٤} = \sqrt{٧} + \sqrt{٣}$$

المقدار $س^٢ + ٢ س ص + ص^٢ = (س + ص)^٢$

$$= (\sqrt{٧} + \sqrt{٣} + \sqrt{٧} - \sqrt{٣})^٢ = (٢\sqrt{٧})^٢ = ٤ \times ٧ = ٢٨$$

مثــ٣ــال : إذا كان $س = \frac{٣}{\sqrt{٥} + \sqrt{٢}}$ ، $ص = \sqrt{٥} - \sqrt{٢}$

إثبت أن س ، ص كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $س^٢ ص^٢$

الحــــــل

$$س = \frac{٣}{\sqrt{٥} + \sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٥} - \sqrt{٢}}{\sqrt{٥} - \sqrt{٢}} = \frac{٣(\sqrt{٥} - \sqrt{٢})}{٥ - ٢} = \frac{٣(\sqrt{٥} - \sqrt{٢})}{٣} = \sqrt{٥} - \sqrt{٢}$$



المقدار = س^{٢} ص^{٢} = (س ص)^{٢}

= [($\sqrt{٥}$ + $\sqrt{٢}$) ($\sqrt{٥}$ − $\sqrt{٢}$)]^{٢} = (٥ − ٢)^{٢} = (٣)^{٢} = ٩

مثـــ٤ـــال : إذا كان س = ٥ − ٢$\sqrt{٦}$ ، ص = $\frac{١}{س}$

إثبت أن س ، ص كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار ص^{٢} − ٢ س ص + س^{٢}

الحـــــل

ص = $\frac{١}{س}$ = $\frac{١}{٥ − ٢\sqrt{٦}}$ × $\frac{٥ + ٢\sqrt{٦}}{٥ + ٢\sqrt{٦}}$ = $\frac{٥ + ٢\sqrt{٦}}{٢٥ − ٤ × ٦}$ = ٥ + ٢$\sqrt{٦}$

المقدار ص^{٢} − ٢ س ص + س^{٢} = (ص − س)^{٢}

= (٥ + ٢$\sqrt{٦}$ − ٥ + ٢$\sqrt{٦}$)^{٢} = (٤$\sqrt{٦}$)^{٢} = ١٦ × ٦ = ٩٦

مثـــ٥ـــال : إذا كانت س = $\frac{٣}{٢\sqrt{٢} - \sqrt{٥}}$ ،، ص = ٢$\sqrt{٢}$ + $\sqrt{٥}$

إثبت أن س ، ص كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $\frac{س + ص}{س ص}$

الحـــــل

س = $\frac{٣}{٢\sqrt{٢} - \sqrt{٥}}$ × $\frac{٢\sqrt{٢} + \sqrt{٥}}{٢\sqrt{٢} + \sqrt{٥}}$ = $\frac{٣(٢\sqrt{٢} + \sqrt{٥})}{٤ × ٢ − ٥}$

= $\frac{٣(٢\sqrt{٢} + \sqrt{٥})}{٣}$ = ٢$\sqrt{٢}$ + $\sqrt{٥}$

س + ص = ٢$\sqrt{٢}$ + $\sqrt{٥}$ + ٢$\sqrt{٢}$ − $\sqrt{٥}$ = ٤$\sqrt{٢}$

س ص = (٢$\sqrt{٢}$ + $\sqrt{٥}$)(٢$\sqrt{٢}$ − $\sqrt{٥}$) = ٤ × ٢ − ٥ = ٨ − ٥ = ٣

المقدار = $\frac{س + ص}{س ص}$ = $\frac{٤\sqrt{٢}}{٣}$



مثــال ٦ : إذا كان س = $\frac{٣}{\sqrt{٧} - ٢}$ ، ص = $\sqrt{٧} - ٢$

إثبت أن س ، ص كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار س^{٢} + س ص + ص^{٢}

الحــــل

س = $\frac{٣}{\sqrt{٧} - ٢} \times \frac{\sqrt{٧} + ٢}{\sqrt{٧} + ٢} = \frac{٣(\sqrt{٧} + ٢)}{٧ - ٤}$

= $\frac{٣(\sqrt{٧} + ٢)}{٣} = \sqrt{٧} + ٢$

س^{٢} = $(\sqrt{٧} + ٢)^{٢} = ٧ + ٤\sqrt{٧} + ٤ = ١١ + ٤\sqrt{٧}$

س ص = $(\sqrt{٧} + ٢)(\sqrt{٧} - ٢) = ٧ - ٤ = ٣$

ص^{٢} = $(\sqrt{٧} - ٢)^{٢} = ٧ - ٤\sqrt{٧} + ٤ = ١١ - ٤\sqrt{٧}$

المقدار = $١١ + ٤\sqrt{٧} + ٣ + ١١ - ٤\sqrt{٧} = ٢٥$

تمارين على الكميتان المترافقتان

السؤال الأول : ضع كلا من الكسور الاتية بحيث يكون المقام عدد صحيحاً

(أ) $\frac{٢}{\sqrt{٥} - \sqrt{٣}}$ (ب) $\frac{٤}{\sqrt{٧} + \sqrt{٣}}$ (حـ) $\frac{٤}{\sqrt{٣} - \sqrt{٥}}$ (ء) $\frac{٢}{\sqrt{٥} + ٢}$

[٢] إذا كانت أ = $\frac{٢}{٣ - \sqrt{٧}}$ ، ب = $٣ - \sqrt{٧}$

إثبت أن أ ، ب كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢}

[٣] إذا كانت أ = $٢ + \sqrt{٣}$ ، ب = $\frac{١}{٢ + \sqrt{٣}}$

إثبت أن أ ، ب كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار أ^{٢} – ٢ أ ب + ب^{٢}

[٤] إذا كانت أ = $\frac{٢}{\sqrt{٧} - \sqrt{٥}}$ ، ب = $\sqrt{٧} - \sqrt{٥}$

إثبت أن أ ، ب كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار أ^{٢} + أ ب + ب^{٢}



[٥] إذا كانت أ = $\sqrt{٢}$ - ١ ، ب = $\frac{١}{\sqrt{٢} - ١}$

إثبت أن أ ، ب كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار أ^{٢} – أ ب + ب^{٢}

[٦] إذا كانت س = $\frac{٢}{\sqrt{١١} + ٣}$ ، ص = $\sqrt{١١}$ + ٣

إثبت أن س ، ص كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار س^{٢}ص + ص^{٢}

[٧] إذا كانت ب = $\sqrt{١٠}$ – ٣ ، جـ = $\frac{١}{\sqrt{١٠} - ٣}$

إثبت أن ب ، جـ كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار ب^{٢} – جـ^{٢}

[٨] إذا كانت أ = $\frac{١}{\sqrt{٣} + \sqrt{٢}}$ ، ب = $\sqrt{٣}$ + $\sqrt{٢}$

إثبت أن أ ، ب كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار أ^{٢} ب^{٢}

[٩] إذا كانت أ = $\sqrt{٥}$ + $\sqrt{٣}$ ،، ب = $\frac{٢}{\sqrt{٥} + \sqrt{٣}}$

إثبت أن أ ، ب كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار (أ + ب)^{٢}

[١٠] إذا كانت أ = $\frac{٤}{\sqrt{٥} - ١}$ ، ب = $\sqrt{٥}$ - ١

إثبت أن أ ، ب كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $\frac{أ + ب}{أ ب}$

[١١] إذا كانت أ = $\frac{١}{\sqrt{٥} - ٢}$ ، ب = $\frac{٢٠}{\sqrt{٥}}$ أوجد قيمة المقدار أ^{٢} – ب

[١٢] إذا كانت س = $\sqrt{٣}$ – $\sqrt{٢}$ ،أوجد قيمة المقدار (س + س$^{-١}$)^{٢}

[١٣] إذا كانت أ = $\sqrt{٥}$ – $\sqrt{٣}$ ،، ب = $\frac{٢}{أ}$

إثبت أن أ ، ب كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار أ ب^{٣}

[١٤] إذا كانت أ = $\frac{٢}{\sqrt{٥} - \sqrt{٣}}$ ، ب = $\frac{٢}{\sqrt{٥} + \sqrt{٣}}$ ،

إثبت أن س ، ص كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار أ^{٢} + ب^{٢} – ٢ أ ب

[١٥] إذا كانت س = $\frac{٤}{\sqrt{٧} - \sqrt{٣}}$ ، $ص^{-١}$ = $\frac{١}{\sqrt{٧} - \sqrt{٣}}$

إثبت أن س ، ص كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $س^٢ + ص^٢$

[١٦] إذا كانت س = $\frac{٢}{\sqrt{٣} - ١}$ ، ص = $\frac{٣ - \sqrt{٣}}{\sqrt{٣}}$ ،

إثبت أن س ، ص كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $\frac{س + ص}{س ص}$

[١٧] إذا كانت س = $\sqrt{٣} + \sqrt{٢}$ ،، ص = $\sqrt{٣} - \sqrt{٢}$

إثبت أن س ، ص كلا منهما معكوس ضربى للاخر ثم أوجد $(س - ص)^٢$

[١٨] إذا كانت س = $\frac{\sqrt{٢} - ١}{\sqrt{٣} - ٨}$ ، ص = $\frac{١}{\sqrt{٢} - ١}$

إثبت أن س ، ص كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار ٢ س ص

[١٩] إذا كانت س = $\sqrt{٥} - \sqrt{٣}$ ،، س ص = ٢

إثبت أن س ، ص كميتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار $ص^٢ - س^٢$

[٢٠] أكمل العبارات الاتية

(١) $(٣ - \sqrt{٧})^٥ (٣ + \sqrt{٧})^٥$ = ...

(٢) المعين الذى طولا قطريه $(٢\sqrt{٥} + \sqrt{٢})$ ، $(٢\sqrt{٥} - \sqrt{٢})$ من وحدات الطول

فإن مساحته .... وحدة مربعة

(٣) إذا كانت س = ٢ - $\sqrt{٣}$ ، ص = $س^{-١}$ فإن س + ص = ...

(٤) إذا كانت $س^٢$ = $\frac{\sqrt{٥} + ٢}{\sqrt{٥} - ٢}$ فإن قيمة س الموجبة = ...

(٥) $(\sqrt{٢} + \sqrt{٣})^{-٩} (\sqrt{٢} - \sqrt{٣})^{-٩}$ = ...

(٦) $(\sqrt{١١} - \sqrt{١٠})^٤ (\sqrt{١١} + \sqrt{١٠})^٣$ = ...



العمليات على الجذور التكعيبية

♣ إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين فإن

(١) $\sqrt[3]{أ} \times \sqrt[3]{ب} = \sqrt[3]{أ ب}$ فمثلا $\sqrt[3]{٢} \times \sqrt[3]{٣} = \sqrt[3]{٦}$

(٢) $\frac{\sqrt[3]{أ}}{\sqrt[3]{ب}} = \sqrt[3]{\frac{أ}{ب}}$ فمثلا $\frac{\sqrt[3]{٤}}{\sqrt[3]{٥}} = \sqrt[3]{\frac{٤}{٥}}$

(٣) $\sqrt[3]{-أ} = -\sqrt[3]{أ}$ فمثلا $\sqrt[3]{-٨} = -\sqrt[3]{٨} = -٢$

(٤) $\sqrt[3]{أ} \times \sqrt[3]{أ} \times \sqrt[3]{أ} = أ$ فمثلا $\sqrt[3]{٥} \times \sqrt[3]{٥} \times \sqrt[3]{٥} = ٥$

مثـــال ١ : أختصر إلى أبسط صورة

(أ) $\sqrt[3]{٤٠} + \sqrt[3]{١٣٥} - \sqrt[3]{٣٢٠}$

(ب) $٢\sqrt[3]{٥٤} + ٣\sqrt[3]{١٦} - \sqrt[3]{٢٥٠}$

الحــــل

(أ) $\sqrt[3]{٨ \times ٥} + \sqrt[3]{٢٧ \times ٥} - \sqrt[3]{٦٤ \times ٥}$

$= ٢\sqrt[3]{٥} + ٣\sqrt[3]{٥} - ٤\sqrt[3]{٥}$

$= ٥\sqrt[3]{٥} - ٤\sqrt[3]{٥} = \sqrt[3]{٥}$

(ب) $٢\sqrt[3]{٢٧ \times ٢} + ٣\sqrt[3]{٨ \times ٢} - \sqrt[3]{١٢٥ \times ٢}$

$= ٢ \times ٣\sqrt[3]{٢} + ٣ \times ٢\sqrt[3]{٢} - ٥\sqrt[3]{٢}$

$= ٦\sqrt[3]{٢} + ٦\sqrt[3]{٢} - ٥\sqrt[3]{٢} = ٧\sqrt[3]{٢}$

مثـــال ٢ : أختصر إلى أبسط صورة

(أ) $\sqrt[3]{٣٧٥} - \sqrt[3]{٢٤} + \sqrt[3]{٨١}$

(ب) $\sqrt[3]{٥٤} - \sqrt[3]{-٢٥٠} + ٤\sqrt[3]{\frac{١}{٤}}$

الحــــل

(أ) $\sqrt[3]{١٢٥ \times ٣} - \sqrt[3]{٨ \times ٣} + \sqrt[3]{٢٧ \times ٣}$

$= ٥\sqrt[3]{٣} - ٢\sqrt[3]{٣} + ٣\sqrt[3]{٣}$

$= ٨\sqrt[3]{٣} - ٢\sqrt[3]{٣} = ٦\sqrt[3]{٣}$

(ب) $\sqrt[3]{٢٧ \times ٢} - \sqrt[3]{-١٢٥ \times ٢} + \sqrt[3]{٦٤ \times \frac{١}{٤}}$

$= ٣\sqrt[3]{٢} - (-٥)\sqrt[3]{٢} + ٢\sqrt[3]{٢}$

$= ٣\sqrt[3]{٢} + ٥\sqrt[3]{٢} + ٢\sqrt[3]{٢} = ١٠\sqrt[3]{٢}$

مثـــ٣ـــال : أوجد $\sqrt[٣]{٣٢} + ٢\sqrt[٣]{\frac{١}{٢}} - \sqrt[٣]{(-٢)^{٢}}$ فى أبسط صورة

الحـــل

المقدار $= \sqrt[٣]{٨ \times ٤} + \sqrt[٣]{\frac{٨}{٢}} - \sqrt[٣]{٤}$

$= ٢\sqrt[٣]{٤} + \sqrt[٣]{٤} - \sqrt[٣]{٤} = ٢\sqrt[٣]{٤}$

مثـــ٤ـــال : أوجد فى أبسط صورة $(\sqrt[٣]{٣} - \sqrt[٣]{٢})(\sqrt[٣]{٩} + \sqrt[٣]{٦} + \sqrt[٣]{٤})$

الحـــل

تذكر أن $(س - ص)(س^{٢} + س ص + ص^{٢}) = س^{٣} - ص^{٣}$

$(س + ص)(س^{٢} - س ص + ص^{٢}) = س^{٣} + ص^{٣}$

المقدار $= (\sqrt[٣]{٣})^{٣} - (\sqrt[٣]{٢})^{٣} = \sqrt[٣]{٢٧} - \sqrt[٣]{٨} = ٣ - ٢ = ١$

تمارين على الجذور التكعيبية

السؤال الأول أوجد كلا مما يأتى فى أبسط صورة :-

أ) $\sqrt[٣]{١٦}$ ب) $\sqrt[٣]{-٥٤}$ جـ) $٢\sqrt[٣]{٢٥٠}$

د) $\sqrt[٣]{-١٣٥}$ هـ) $٣\sqrt[٣]{\frac{١}{٣}}$ و) $\frac{٢}{٣}\sqrt[٣]{-١٠}$

السؤال الثانى أختصر كلا مما يأتى إلى أبسط صورة

(١) $\sqrt[٣]{٨١} + \sqrt[٣]{-٢٤} - ٣\sqrt[٣]{\frac{١}{٩}}$ (٢) $\sqrt[٣]{١٦} - \sqrt[٣]{٥٤} + \sqrt[٣]{-٢}$

(٣) $٢\sqrt[٣]{٣} - \sqrt[٣]{٨١} + \sqrt[٣]{٢٤}$ (٤) $\sqrt[٣]{٥٤} + \sqrt[٣]{-٢} - \sqrt[٣]{١٦}$

(٥) $\sqrt[٣]{٥٤} + \sqrt[٣]{١٦} - \sqrt[٣]{٢٥٠}$ (٦) $٢\sqrt[٣]{٥٤} - ٥\sqrt[٣]{٢} + \sqrt[٣]{١٦}$

(٧) $\sqrt[٣]{١٦} + \sqrt[٣]{٥٤} + ٣\sqrt[٣]{-١٢٨} - ٦\sqrt[٣]{\frac{١}{٤}}$ (٨) $\sqrt[٣]{٣} + \sqrt[٣]{-٥٤} + ٨\sqrt[٣]{\frac{١}{٤}}$



تطبيقات على الجذور التربيعية والتكعيبية

أولا . الدائرة

محيط الدائرة = ٢ π نق ،،،، مساحة الدائرة = π نق^{٢}

حيث نق هو نصف قطر الدائرة ، π = $\frac{٢٢}{٧}$ أ، ٣,١٤ مالم يذكر خلاف ذلك

مثــ١ــال : دائرة مساحتها ١٥٤ سم^{٢} أوجد محيطها لاقرب سم (π = $\frac{٢٢}{٧}$)

الحــــــل

مساحتها = π نق^{٢} = ١٥٤ ⟸ $\frac{٢٢}{٧}$ نق^{٢} = ١٥٤ ⟸ نق^{٢} = ١٥٤ × $\frac{٢٢}{٧}$

∴ نق^{٢} = ٤٩ ∴ نق = $\sqrt{٤٩}$ = ٧سم

∴ محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٧ = ٤٤ سم

مثــ٢ــال : دائرة مساحتها ٣٦ π أوجد طول نصف قطرها ثم أوجد محيطها

الحــــــل

مساحة الدائرة = π نق^{٢} = ٣٦ π

نق^{٢} = ٣٦ ⟸ نق = $\sqrt{٣٦}$ = ٦سم

محيطها = ٢ ط نق = ٢ π × ٦ = ١٢ π

تمارين على الدائرة

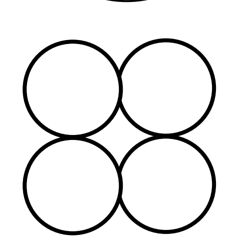
(١) دائرة طول نصف قطرها = ٢١سم أوجد محيطها ومساحتها

(٢) دائرة طول نصف قطرها = $\sqrt{٧}$ أوجد مساحتها

(٣) أوجد طول نصف قطر الدائرة التى محيطها يساوى مساحتها

(٤) فى الشكل المقابل مربع طول ضلعه = ١٤سم

والدائرة تمس أضلاعه من الداخل أوجد مساحة المنطقة المظللة

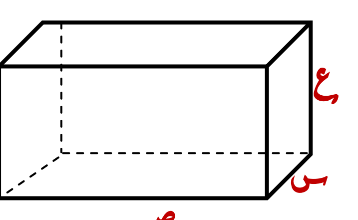


(٥) أربعة دوائر متطابقة ومتماسة طول نصف قطر كلا منها = نق

إثبت أن مساحة المنطقة المظللة = نق^{٢} (٤ − π)

ثانيا : متوازى المستطيلات

متوازى المستطيلات :- هو جسم جميع أوجهه الستة مستطيلة



الشكل وكل وجهين متقابلين متطابقين

إذا كانت أبعاده س ، ص ، ع فإن

مساحته الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع = ٢ (س + ص) × ع

مساحته الكلية = ٢ (س ص + ص ع + س ع)

حجمه = مساحة القاعدة × الارتفاع = س ص ع

مثـــ٣ـــال : متوازى مستطيلات أبعاده ٣ ، ٤ ، ٦سم أوجد

(١) مساحته الكليه **(٢) حجمه**

الحــــــل

مساحته الكلية =٢ (س ص + ص ع + س ع) = ٢ [٣ × ٤ + ٤ × ٦ + ٣ × ٦]

= ٢ [١٢ +٢٤ +١٨] = ٢ × ٥٤ = ١٠٨ سم^{٢}

حجمه = س ص ع = ٣ × ٤ × ٦ = ٨٤ سم^{٣}

مثـــ٤ـــال : متوازى مستطيلات النسبة بين أبعاده ٢ : ٣ : ٥

فإذا كان حجمه ٣٠٠٠٠ سم^{٣} أوجد مساحته الكلية

الحــــل

نفرض أبعاده هى ٢س،٣س ، ٥س

حجمه = ٢س × ٣س × ٥س = ٣٠٠٠٠

٣٠س^{٣} = ٣٠٠٠٠ ⟸ س^{٣} = $\frac{٣٠٠٠٠}{٣٠}$ = ١٠٠٠

∴ س = $\sqrt[٣]{١٠٠٠}$ = ١٠ سم ∴ أبعاده هى ٢٠ سم ، ٣٠سم ، ٥٠سم

مساحته الكلية =٢(٢٠×٣٠+٣٠×٥٠+٢٠×٥٠}

= ٢ (٦٠٠ +١٥٠٠ +١٠٠٠) = ٢ ×٣١٠٠ = ٦٢٠٠ سم^{٢}

مثـــال : مكعب من الصلصال طول حرفه = ٢٠سم صنعت منه متوازيات مستطيلات صغيرة أبعاد كلا منها ٢سم ، ٤سم ، ٥ سم أوجد عدد متوازيات المستطيلات

الحـــــــل

حجم الصلصال = ٢٠ × ٢٠ × ٢٠ = ٨٠٠٠ سم^{٣}

حجم متوازى المستطيلات = ٢ × ٤ × ٥ = ٤٠ سم^{٣}

عدد متوازيات المستطيلات = $\frac{\text{حجم الصلصار}}{\text{حجم متوازى المستطيلات}}$

= $\frac{٨٠٠٠}{٤٠}$ = ٢٠٠ متوازى مستطيلات

تمارين على متوازى المستطيلات

(١) متوازى مستطيلات أبعاده ٤ سم ، ٦سم ، ٥سم أوجد

(أ) مساحته الكلية (ب) حجمه

(٢) متوازى مستطيلات بعدا قاعدته ٤سم ، ٥سم وارتفاعه = ٦سم أوجد

(أ) مساحته الجانبية (ب) مساحته الكلية (جـ) حجمه

(٣) متوازى مستطيلات النسبة بين أبعاده ٢ : ٣ : ٤ وحجمه = ٣٠٠٠

أوجد مساحته الكلية

(٤) متوازى مستطيلات مساحته الجانبية = ٤٨٠ سم^{٢} وقاعدته على شكل مربع طول ضلعه = ١٠ سم أحسب أرتفاعه

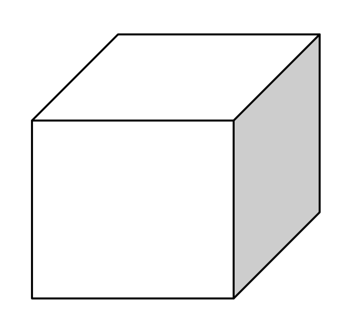
(٥) متوازى مستطيلات قاعدته مربع طول ضلعه = ٥سم وأرتفاعه = ٦سم أوجد

(أ) مساحته الجانبية (ب) مساحته الكلية (جـ) حجمه

ثالثا المكعب

المكعب حالة خاصة من متوازى المستطيلات فهو

متوازى أضلاع أبعاده متساوية فى الطول



مساحته الجانبية = ٤ ل^{٢} مساحته الكلية = ٦ ل^{٢}

حجمه = ل^{٣}

مثـــ٦ـــال : مكعب طول حرفه ١٠ سم أوجد

(١) مساحته الجانبية (٢) مساحته الكلية (٣) حجمه

الحـــــل

مساحته الجانبية = ٤ $ل^2$ = ٤ $(١٠)^2$ = ٤ × ١٠٠ = ٤٠٠ $سم^2$

مساحته الكلية = ٦ $ل^2$ = ٦ $(١٠)^2$ = ٦ × ١٠٠ = ٦٠٠ $سم^2$

حجمه = $ل^3$ = $(١٠)^3$ = ١٠٠٠ $سم^3$

مثـــ٧ـــال : مكعب مساحته الجانبية ١٠٠ $سم^2$ أوجد مساحته الكلية وحجمه

الحـــــل

مساحته الجانبية = ٤ $ل^2$ = ١٠٠

∴ $ل^2$ = ٢٥ ⟸ ل = $\sqrt{٢٥}$ = ٥سم

مساحته الكلية = ٦ $ل^2$ = ٦$(٥)^2$ = ٦ × ٢٥ = ١٥٠ $سم^2$

حجمه = $ل^3$ = $(٥)^3$ = ١٢٥ $سم^3$

مثـــ٨ـــال : مكعب مساحته الكلية ٦٠٠ $سم^2$ أوجد مساحته الجانبية وحجمه

الحـــــل

مساحة المكعب الكلية = ٦ $ل^2$ = ٦٠٠

∴ $ل^2$ = ١٠٠ ⟸ ل = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠سم

مساحة المكعب الجانبية = ٤ $ل^2$ = ٤$(١٠)^2$ = ٤×١٠٠ = ٤٠٠ $سم^2$

حجم المكعب = $ل^3$ = $(١٠)^3$ = ١٠٠٠ $سم^3$

مثـــ٩ـــال : مكعب حجمه ٢١٦ $سم^3$ أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية

الحـــــل

حجم المكعب = $ل^3$ = ٢١٦ ⟸ ∴ل = $\sqrt[3]{٢١٦}$ = ٦سم

مساحته الجانبية = ٤ $ل^2$ = ٤$(٦)^2$ = ٤×٣٦ = ١٤٤ $سم^2$

مساحته الكلية = ٦ $ل^2$ = ٦$(٦)^2$ = ٦× ٣٦ = ٢١٦



تمارين على المكعب

[١] أكمل العبارات الاتية

(١) المساحة الجانبية لمكعب طول حرفه ل سم = ... سم^{٢}

(٢) إذا كان طول حرف مكعب ٢سم فإن حجمه = ... سم^{٣}

(٣) المكعب الذى طول حرفه ٢ل سم فإن حجمه = ... سم^{٣}

(٤) مكعب طول حرفه = ٤سم فإن مساحته الكلية = ... سم^{٢}

(٥) المكعب الذى حجمه = ١٠٠٠ سم^{٣} مساحة سطحه الجانبى = ...سم^{٢}

(٦) إذا كانت مساحة الاوجه الستة لمكعب = ١٥٠سم^{٢} فإن حجمه = ... سم^{٣}

(٧) مكعب حجمه = ٥سم^{٣} إذا ضُوعف طول حرفه فإن حجمه = ... سم^{٣}

---

[٢] أختار الأجابة الصحيحة من بين الأقواس

(١) مكعب طول حرفه = ٦سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه
[١٤٤سم^{٢} ، ٢١٦ سم^{٢} ، ٢١٦سم^{٣}]

(٢) مكعب حجمه = ١٢٥ سم^{٣} أوجد طول حرفه ، مساحته الجابية ومساحته الكلية
[٥سم ، ١٠٠ سم^{٢} ، ١٥٠ سم^{٢}]

(٣) مكعب مساحة أحد أوجهه = ١٠٠سم^{٢} أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه
[٤٠٠سم^{٢} ، ٦٠٠سم^{٢} ، ١٠٠٠سم^{٣}]

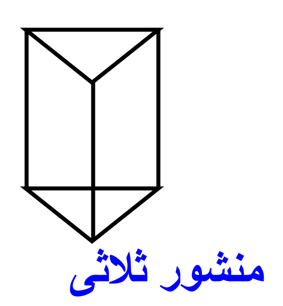
(٤) مكعب محيط أحد أوجهه = ١٢سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه
[٣٦سم^{٢} ، ٥٤سم^{٢} ، ٢٧سم^{٣}]

(٥) مكعب مجموع أطوال جميع أحرفه = ٤٨ سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه
[٦٤سم^{٢} ، ٩٦سم^{٢} ، ٦٤سم^{٣}]

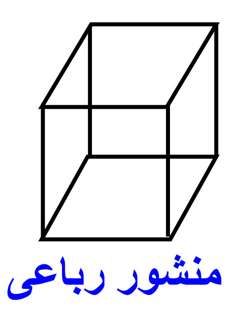


رابعاً : المنشور القائم

المنشور هو جسم جميع أوجهه الجانبية مستطيلة الشكل وقاعدتاه متطابقتان ومتوازيتان وكلا منهما مضلع (مثلث – شكل رباعى – شكل خماسى)



منشور ثلاثى



منشور رباعى



منشور خماسى

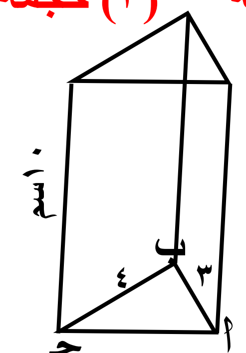
المساحة الجانبية للمنشور = محيط القاعدة × الارتفاع

المساحة الكلية للمنشور = المساحة الجانبية + مجموع مساحتى القاعدتين

حجم المنشور = مساحة القاعدة × الارتفاع

مثـــ١٠ـــال : منشور ثلاثى قاعدته مثلث قائم الزاوية طولا ضلعى القائمة فيه ٣سم ، ٤سم وأرتفاعه ١٠سم أوجد (١) مساحته الجانبية (٢) مساحته الكلية (٣) حجمه

الحـــــل



(أ جـ)^{٢} = ١٦ +٩ = ٢٥سم ∴ أ جـ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥سم

محيط القاعدة = ٣+٤+٥=١٢سم

مساحة القاعدة = $\frac{١}{٢}$ × ٣ × ٤ = ٦ سم^{٢}

المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع = ١٢ × ١٠ = ١٢٠ سم^{٢}

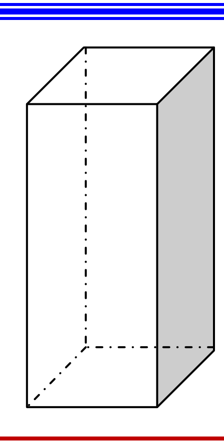
المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مجموع مساحتى القاعدتين

= ١٢٠ + ٢ × ٦ = ١٣٢ سم^{٢}

حجم المنشور = مساحة القاعدة × الارتفاع = ٦ × ١٠ = ٦٠سم^{٣}

مثـــ١١ـــال : منشور قاعدته مربع طول ضلعه = ٣سم وأرتفاعه = ٧سم أوجد (١) مساحته الجانبية (٢) مساحته الكلية (٣) حجمه

الحـــــل



المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع

= ١٢ × ٧= ٨٤ سم^{٢}

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مجموع مساحتى القاعدتين

= ٨٤ + ٢ × ٩ = ١٠٢ سم^{٢}

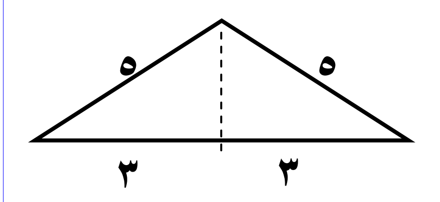
حجم المنشور = مساحة القاعدة × الارتفاع = ٩ × ٧ = ٦٣سم^{٣}

مثـــ١٢ــال : منشور ثلاثى قائم قاعدته على شكل مثلث متساوى الساقين طول كلا من ساقيه ٥سم وطول قاعدته ٦سم فإذا كان حجم المنشور ٨٤ سم^{٢} أوجد

(١) أرتفاع المنشور (٢) مساحته الجانبية (٣) مساحته الكلية

الحـــــل

نوجد أرتفاع القاعدة (العمود النازل من الرأس على القاعدة ينصفها)



الارتفاع = $\sqrt{٢٥ - ٩}$ = $\sqrt{١٦}$ = ٤ سم

مساحة القاعدة = $\frac{١}{٢}$ × ٣ × ٤ = ٦سم^{٢}

حجم المنشور = مساحة القاعدة × الارتفاع = ٨٤

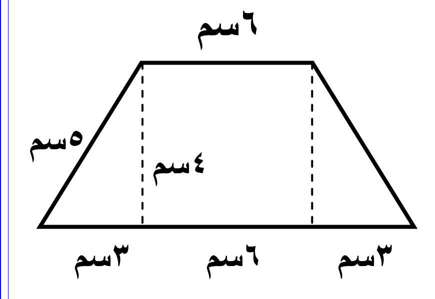
٦ × أرتفاع المنشور = ٨٤ ⟸ أرتفاع المنشور = $\frac{٨٤}{٦}$ = ١٤ سم

مساحته الجانبية = محيط القاعدة × الإرتفاع= ١٦ × ١٤ = ٢٢٤ سم^{٢}

مساحته الكلية = المساحة الجانبية + ٢ × القاعدة =٢٢٤+ ٢ ×٦=٢٢٤+١٢=٢٣٦

مثـــ١٣ــال : منشور رباعى قائم أرتفاعه ١٥سم وقاعدته شبه منحرف متطابق الساقين طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦سم ، ١٢ سم وطول ساقيه = ٥سم

أوجد مساحته الجانبية والكلية وحجمه



الحـــــل

محيط القاعدة = ٦ + ١٢ + ٥ + ٥ = ٢٨ سم

مساحة القاعدة = $\frac{١}{٢}$ × (٦ + ١٢) × ٤ = ٣٦ سم^{٢}

حجم المنشور = مساحة القاعدة × الارتفاع = ٣٦ × ١٥ = ٥٤٠ سم^{٣}

مساحته الجانبية = محيط القاعدة × الإرتفاع= ٢٨ × ١٥ = ٤٢٠ سم^{٢}

مساحته الكلية = المساحة الجانبية + ٢ × مساحة القاعدة

= ٤٢٠ + ٢ × ٥٤٠ = ٤٢٠ + ١٠٨٠ = ١٥٠٠ سم^{٢}

تمارين على المنشور

(١) منشور ثلاثى قائم أرتفاعه ١٢سم وقاعدته على شكل مثلث قائم الزاوية طولا ضلعى القائمة فيه ٣سم ، ٤سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه

(٢) منشور ثلاثى قائم أرتفاعه ١٢سم وقاعدته على شكل مثلث قائم الزاوية طول وتره = ١٠سم وأحد ضلعى القائمة فيه ٦سم

أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه

(٤) منشور رباعى قائم قاعدته مربع طول ضلعه ١٠سم وأرتفاعه = ٧سم

أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه

(٥) منشور ثلاثى قائم أرتفاعه ١٠سم وقاعدته على شكل مثلث أبعاده ٣، ٤، ٥ سم

أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه

(٦) منشور رباعى قائم أرتفاعه ١٠سم وقاعدته على شكل معين طولا قطريه ٦سم ، ٨سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه

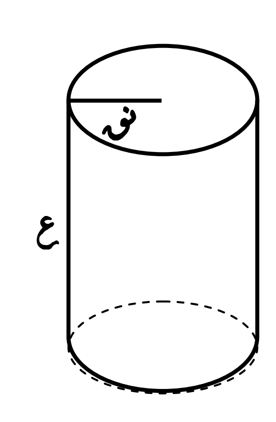
(٧) منشور رباعى قائم ارتفاعه ١٢سم وقاعدته على شكل مربع مساحته ٩سم^{٢}

أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه

(٨) منشور ثلاثى قائم أرتفاعه ١١سم وقاعدته المثلث أ ب جـ حيث أ ب = أ جـ = ١٠سم ، ب جـ = ١٢ سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه



خامساً الاسطوانة الدائرية القائمة



المساحة الجانبية للاسطوانة = محيط القاعدة × الارتفاع

= ٢ π نق × ع

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مجموع مساحتى القاعدتين

= ٢ π نق ع + ٢ π نق^{٢}

الحجم = مساحة القاعدة × الارتفاع = π نق^{٢} × ع

مثـــال ١٤ : أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٧سم وأرتفاعها ١٠ سم

أوجد (١) مساحتها الجانبية (٢) مساحتها الكلية (٣) حجمها

الحـــــــل

مساحتها الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع = ٢ π نق × ع

= ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٧ × ١٠ = ٤٤٠سم^{٢}

مساحتها الكلية = المساحة الجانبية + مجموع مساحتى القاعدتين

= ٤٤٠ + ٢ π نق^{٢} = ٤٤٠ +٢ × $\frac{٢٢}{٧}$× ٤٩ = ٤٤٠ + ٣٠٨ = ٧٤٨ سم^{٢}

حجمها = مساحة القاعدة × الارتفاع = π نق^{٢} × ع =$\frac{٢٢}{٧}$× ٤٩ × ١٠ =١٥٤٠سم^{٣}

مثـــال ١٥ : أسطوانة دائرية قائمة أرتفاعها ١٢سم وحجمها ١٢٠٠ π سم^{٣}

أوجد طول نصف قطر قاعدتها ثم أوجد مساحتها الجانبية

الحـــــــل

حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة × الارتفاع = π نق^{٢} × ع = ١٢٠٠ π

∴ نق^{٢} × ١٢ = ١٢٠٠ ⟸ نق^{٢} = ١٠٠ ∴ نق = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠سم

مساحتها الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع= ٢ π نق × ع

= ٢ × π × ١٠ × ١٢ = ٢٤٠ π



مثـــال ١٦ : أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٦٤ π سم^{٣} فإذا كان أرتفاعها يساوى طول نصف قطر دائرتها أوجد أرتفاعها

الحـــــــل

حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة × الارتفاع = ٦٤ π

∵ ع = نق   π نق^{٢} ع = π ع^{٢} × ع = ٦٤ π

ع^{٢} × ع = ٦٤   ع^{٣} = ٦٤   ∴ ع = $\sqrt[٣]{٦٤}$ = ٤سم

مثـــال ١٧ : أسطوانة دائرية قائمة أرتفاعها ٤٤ سم وأرتفاعها ٥سم أوجد حجمها

الحـــــــل

محيط القاعدة = ٢ π نق = ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × نق = ٤٤

$\frac{٤٤}{٧}$ × نق = ٤٤   ⟸ نق = ٤٤ × $\frac{٧}{٤٤}$ = ٧سم

∴ حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة × الارتفاع

= π نق^{٢} ع = $\frac{٢٢}{٧}$ × ٤٩ × ٥ = ٧٧٠ سم^{٣}

مثـــال ١٨ : إذا كان حجم أسطوانة دائرية قائمة ٤٤٠٠سم^{٣} وأرتفاعها ١٤سم أوجد طول قطر قاعدتها

الحـــــــل

حجمالأسطوانة = مساحة القاعدة × الارتفاع = π نق^{٢} × ع = ٤٤٠٠

$\frac{٢٢}{٧}$ × نق^{٢} × ١٤ = ٤٤٠٠   ⟸ ٤٤ نق^{٢} = ٤٤٠٠

نق^{٢} = $\frac{٤٤٠٠}{٤٤}$ = ١٠٠   ⟸ ∴ نق = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠سم

∴ طول قطرها = ٢ نق = ٢ × ١٠ = ٢٠سم



تمارين على الأسطوانة

(١) أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها = ٧سم وأرتفاعها = ٢٥سم

أوجد المساحة الجانبية للأسطوانة [١١٠٠سم^{٢}]

(٢) أسطوانه دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها = ١٤سم وأرتفاعها = ١٠ سم

أوجد مساحتها الجانبية ومساحتها الكلية وحجمها

(٣) أسطوانةدائرية قائمة محيط قاعدتها ٤٤سم وأرتفاعها ٢٥سم أوجد حجمها

[٣٨٥٠سم^{٣}]

(٤) أسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية ٢٥سم^{٢} وطول قطر قاعدتها = ٢٠سم

أوجد حجمها [٢٥٠سم^{٣}]

(٥) أسطوانة دائرية قائمة أرتفاعها يساوى طول قطر قاعدته وحجمها ٢١٥٦ سم^{٣}

أوجد مساحتها الكلية [٩٢٤ سم^{٢}]

(٦) إذا كان أرتفاع أسطوانة دائرية قائمة يساوى طول نصف قطر قاعدتها وحجم

الاسطوانة ٧٢π سم^{٣} أحسب أرتفاع الأسطوانة [٢ $\sqrt[٣]{٩}$ سم]

(٧) أسطوانة دائرية قائمة مصمتة من المعدن أرتفاعها ٢٨سم وطول نصف قطر

قاعدتها ١١سم صُهرت وحولت إلى مكعب مصمت أوجد المساحة الكلية للمكعب

(٨) أسطوانة دائرية قائمة أرتفاعها ١٠سم وحجمها ١٥٠٤ سم^{٣}

أوجد طول نصف قطرها [٧.٠٧ سم]

(٩) أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٩٠ π سم^{٣} ومساحتها الجانبية = ٦٠ π سم^{٢}

أوجد أرتفاعها وطول نصف قطر قاعدتها ثم أحسب مساحتها الكلية



سادساً الكرة

مساحة سطح الكرة = ٤ π نق^٢ ، حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^٣

مثـــال ١٩ : أوجد حجم كرة طول نصف قطرها ٧سم ثم أوجد مساحتها الجانبية

الحـــــل

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^٣ = $\frac{٤}{٣} \times \frac{٢٢}{٧} \times (٧)^٣ = \frac{٤٣١٢}{٣}$ سم^٣

مساحة الكرة الجانبية = ٤ π نق^٢ = $٤ \times \frac{٢٢}{٧} \times ٤٩ = ٦١٦$ سم^٢

مثـــال ٢٠ : كرة حجمها $\frac{٥٠٠ ط}{٣}$ سم^٣ أوجد طول نصف قطرها

الحـــــل

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^٣ = $\frac{٥٠٠ ط}{٣}$

٤ نق^٣ = ٥٠٠ $\Leftarrow$ نق^٣ = $\frac{٥٠٠}{٤}$ = ١٢٥ ∴ نق = $\sqrt[٣]{١٢٥}$ = ٥سم

مثـــال ٢١ : كرة من المعدن طول نصف قطرها ٣سم صهرت وحولت إلى أسطوانة طول نصف قطر قاعدتها ٣سم أحسب أرتفاع الاسطوانة

الحـــــل

حجم الكرة = حجم الاسطوانة

$\frac{٤}{٣}$ π نق^٣ = π نق^٢ × ع $\Leftarrow$ $\frac{٤}{٣} \times (٣)^٣ = (٣)^٢ \times$ ع

٣٦ = ٩ ع $\Leftarrow$ ∴ ع = $\frac{٣٦}{٩}$ = ٤ سم

مثـــال ٢٢ : أوجد طول نصف قطر كرة حجمها ٣٦ π سم^٣

الحـــــل

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^٣ = ٣٦ ط $\Leftarrow$ نق^٣ = ٣٦ × $\frac{٣}{٤}$

∴ نق^٣ = ٢٧ ∴ نق = $\sqrt[٣]{٢٧}$ = ٣سم

تمارين على الكرة

(١) أوجد حجم كرة طول نصف قطرها = ٣٠ سم (π = ٣.١٤١) [٣٣٥٠٤ سم^3]

(٢) كرة حجمها ٤١٨٨ سم^3 أوجد طول نصف قطرها (π = ٣.١٤١) [١٠سم]

(٣) أوجد طول قطر كرة حجمها ٣٨٨٠٨ سم^3 ثم أوجد مساحة سطحها

[٤٢سم ، ٥٥٤٤سم^2]

(٤) أوجد طول نصف قطر كرة حجمها يساوى حجم أسطوانة دائرية قائمة أرتفاعها ١٨سم وطول نصف قطر قاعدتها ٤ سم [٦ سم]

(٥) أوجد لاقرب سم^3 حجم كرة طول نصف قطرها يساوى طول نصف قطر قاعدة أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٧٥٣٦ سم^3 وأرتفاعها ٢٤سم (π = ٣.١٤)

[٤١٨٦٠٧ سم^3]

(٦) كرة حجمها ٣٦ π سم^3 وضعت داخل مكعب فمست أوجهه الستة أوجد طول نصف قطر الكرة وحجمها [٣سم ، ٢١٦ سم^3]

(٧) وضعت كرة داخل مكعب فمست أوجهه السته أوجد النسبة بين حجم المكعب وحجم الكرة [٦ : π]

(٨) كرة من المعدن طول قطرها ٦سم صُهرت وحولت إلى أسطوانة طول نصف قطر قاعدتها ٣سم أحسب أرتفاع الأسطوانة

تمارين على الوحدة الأولى أكمل العبارات الاتية

(١) حجم كرة طول قطرها ٦سم = ... سم^3

(٢) إذا كان حجم كرة يساوى $\frac{٣٢}{٣}$ π سم^3 فإن طول قطرها = ... سم

(٣) إذا كان مساحة الاوجه الستة لمكعب ٥٤ سم^2 فإن حجمه = ... سم^3



(٤) مكعب حجمه $٢\sqrt{٢}$ سم^٣ فإن طول حرفه = ... سم

(٥) مكعب طول حرفه ٤سم فإن مساحته الكلية = ... سم^٢

(٦) كرة طول نصف قطرها $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ سم فإن مساحة سطحها = ... سم^٢

(٧) إذا كان حجم مكعب = ٢٧سم^٣ فإن مساحة أحد أوجهه = ... سم^٢

(٨) إذا كان حجم كرة = $\frac{٩}{٢}$ π سم^٣ فإن طول نصف قطرها يساوى .... سم

(٩) إذا كانت مساحة مربع ٥سم^٢ فإذا تضاعف طول ضلعه فإن مساحته = ... سم^٢

(١٠)إذا كانت مساحة دائرة = π فإن طول قطرها = ... سم

(١١) إذا كانت مساحة دائرة = $\pi^٣$ فإن طول نصف قطرها = ... سم

(١٢) إذا كانت المساحة الجانبية للاسطوانه = ٤ π نق ع فإن أرتفاعها = ... سم

(١٣) أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٥٠٠ π سم^٣ وطول نصف قطرها ٥سم

فإن أرتفاعها = ...

(١٤) إذا كانت مساحة دائرة = ٥ π فإن طول نصف قطرها = ... سم

(١٥) الكرة التى طول نصف قطرها $\sqrt[٣]{٣}$ يكون حجمها = ... سم

(١٦) الكرة التى حجمها $\frac{٤}{٣}$ π يكون طول نصف قطرها = ... سم

(١٧) الكرة التى مساحتها السطحية ٨ π يكون طول نصف قطرها = ... سم

(١٨) أسطوانة دائرية قائمة حجمها = π ع^٣ فإن نق = ...

(١٩) أسطوانة دائرية قائمة حجمها = ٥ π نق^٢ يكون طول قطرها = ... سم

(٢٠) أسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية ٢ π نق يكون أرتفاعها = ... سم

(٢١) أسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية ٢٠ ع يكون محيط قاعدتها = ...سم

(٢٢) أسطوانة دائرية قائمة مساحتها الكلية ٨ π نق^٢ يكون أرتفاعها س = ...

(٢٣) أسطوانة دائرية قائمة مساحتها الكلية ٣ π نق ع فإن طول نصف قطرها = ...

(٢٤) كرة طول نصف قطرها ١ سم يكون حجمها = ... سم^٣

(٢٥) كرة مساحتها السطحية = π فإن طول نصف قطرها = ...

حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولى فى متغير واحد فى ع

أولاً: حل المعادلات من الدرجة الأولى فى متغير واحد فى ع

نعلم أن ٢س ـ ٣ = ٥ تسمى معادلة من الدرجة الأولى

ولحل المعادلة

نضيف (٣) للطرفين ٢س ـ ٣ + ٣ = ٥ + ٣

٢س = ٨ ∴ س = $\frac{٨}{٢}$ = ٤

مثـــ١ـــال : أوجد فى ع مجموعة حل المعادلة $\sqrt{٣}$ س + ١ = ٤ ومثلها على خط الأعداد

الحـــــــل

$\sqrt{٣}$ س = ٤ ـ ١ = ٣

س = $\frac{٣}{\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}}$ = $\sqrt{٣}$ ∈ ع

∴ م٠ح = {$\sqrt{٣}$}

مثـــ٢ـــال : أوجد فى ع مجموعة حل المعادلة س + $\sqrt{٢}$ = ٣ ومثلها على خط الأعداد

الحـــــــل

س = ٣ ـ $\sqrt{٢}$ ∈ ع

∴ م٠ح = {٣ ـ $\sqrt{٢}$}

ثانياً: حل المتباينات من الدرجة الأولى فى متغير واحد فى ع

خواص المتباينات إذا كان أ > ب فإن

(١) أ + جـ > ب + جـ

(٢) أ × جـ > ب × جـ عندما جـ > صفر

(٣) أ × جـ < ب × جـ عندما جـ < صفر



مثـــال ٣ : حل المتباينة ٢س ـ ١ ⩽ ٥ فى ع ومثلها على خط الأعداد

الحــــل

٢س ـ ١ + ١ ⩽ ٥ + ١ ⟸ ٢ س ⩽ ٦ بالقسمة على (٢)

∴ س ⩽ ٣

ـ∞ ـ١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ∞

مثـــال ٤ : حل المتباينة ٥ ـ ٣س > ٨ فى ع ومثلها على خط الأعداد

الحــــل

ـ ٣ س > ٨ ـ ٥ ⟸ ـ ٣ س > ٣ بالقسمة على (ـ ٣)

∴ س < ـ١

ـ∞ ـ٣ ـ٢ ـ١ ٠ ١ ٢ ∞

مثـــال ٥ : حل المتباينة ـ٣ ⩽ ٢س ـ ١ < ٥ فى ع ومثلها على خط الأعداد

الحــــل

ـ ٣ +١ ⩽ ٢س ـ١ + ١ < ٥ + ١

⟸ ـ ٢ ⩽ ٢س < ٦ بالقسمة على (٢)

∴ ـ ١ ⩽ س < ٣

ـ∞ ـ١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ∞

مثـــال ٦ :حل المتباينة ٣س + ٥ ⩽ ٥س ـ ١ < ٣س + ٩ فى ع ومثلها على خط الأعداد

الحــــل

بطرح ٣س ⟸ ٥ < ٢س ـ ١ < ٩

بجمع ١ ⟸ ٦ < ٢س < ١٠ بالقسمة على (٢)

∴ ٣ < س < ٥

ـ∞ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ∞